



DEGA-Empfehlung 101

Akustische Wellen und Felder

März 2006

Diese DEGA-Empfehlung wurde einem Einspruchsverfahren unterzogen
und ist am 20.03.2006 durch den DEGA-Vorstandsrat verabschiedet worden.

Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe und elementare Größen	10
1.1	Schall und Schallarten	10
1.1.1	Schall	10
1.1.2	Fluidschall.....	10
1.1.3	Körperschall.....	11
1.1.4	Infraschall	11
1.1.5	Hörschall.....	11
1.1.6	Ultraschall.....	11
1.2	Elementare Größen der Wellenbewegung	11
1.2.1	Frequenz f	11
1.2.2	Wellenlänge λ , Wellenzahl k	12
1.2.3	Dispersion, Phasen- und Gruppengeschwindigkeit $c_{\text{ph}}, c_{\text{gr}}$	12
1.3	Feldgrößen des Schallfeldes	13
1.3.1	Schalldruck p , Schalldruckpegel L_p	13
1.3.2	Schallschnelle v , Schallschnellepegel L_v	14
1.3.3	Schallausschlag ξ	14
1.3.4	Dichteschwankung ρ	14
1.3.5	Schallfluss q	14
1.3.6	Potenzial Φ der Schallschnelle	14
1.3.7	Feldimpedanz Z_s	14
1.3.8	Kennimpedanz, Wellenwiderstand Z_0	14
1.3.9	Flussimpedanz Z_a	14
1.3.10	Ausbreitungskoeffizient γ	14
1.4	Energiegrößen des Schallfeldes	15
1.4.1	Schallenergiendichte w	15
1.4.2	Schallintensität I , Schallintensitätspegel L_I	15
1.4.3	Schallleistung P , Schallleistungspegel L_W	16
1.5	Quellengrößen des Schallfeldes	16
1.5.1	Schallfluss q	16
1.5.2	Schallstrahlungsimpedanz Z_r	16
1.5.3	Schallstrahlungsresistanz $\text{Re} \{Z_r\}$ und -reaktanz $\text{Im} \{Z_r\}$	17
1.6	Materialgrößen des Schallfeldes	17
1.6.1	Dichte ρ	17
1.6.2	Gaskonstante R	17
1.6.3	Spezifische Wärmekapazität c_p, c_v	18
1.6.4	Adiabatenexponent κ	18
1.6.5	Schallgeschwindigkeit c	18
1.6.6	Kompressionsmodul K	18
1.6.7	Wärmeleitfähigkeit λ	19

1.6.8	Viskosität η, ν	19
1.7	Schallfelder und Schallfeldphänomene	19
1.7.1	Ebenes Wellenfeld.....	19
1.7.2	Kugelwellenfeld	20
1.7.3	Zylinderwellenfeld	20
1.7.4	Nahfeld, Fernfeld.....	21
1.7.5	Diffuses Schallfeld	21
1.7.6	Reflexion	21
1.7.7	Interferenz	21
1.7.8	Stehende Wellen.....	21
2	Wellengleichung und elementare Lösungen.....	22
2.1	Grundgleichungen	22
2.1.1	Bewegungsgleichung.....	22
2.1.2	Kontinuitätsgleichung.....	22
2.1.3	Zustandsgleichung.....	23
2.2	Wellengleichung.....	23
2.2.1	Allgemeine Form der Wellengleichung für Schallfeldgrößen.....	23
2.2.2	Wellengleichung in HELMHOLTZ'scher Form	24
2.3	Elementare Lösungen	24
2.3.1	Ebene Schallwellen	25
2.3.2	Kugelwellen.....	25
2.3.3	Zylinderwellen.....	26
3	Schallabstrahlung und Schallquellen	28
3.1	Kenngrößen der Schallabstrahlung.....	28
3.1.1	Richtungsfaktor Γ , Richtungsmaß D	28
3.1.2	Bündelungsgrad γ	29
3.1.3	Schallstrahlungsimpedanz Z_r	29
3.1.4	Abstrahlgrad σ	29
3.1.5	Richtcharakteristik.....	30
3.2	Elementarstrahler.....	30
3.2.1	Kugelstrahler nullter Ordnung (Monopol).....	30
3.2.2	Kugelstrahler erster Ordnung (Dipol).....	32
3.2.3	Kugelstrahler zweiter Ordnung (Quadrupol).....	33
3.2.4	Kugelstrahler N -ter Ordnung (Multipole).....	33
3.3	Strahlergruppen	34
3.3.1	Schallabstrahlung einer Strahlergruppe	34
3.3.2	Schallabstrahlung einer Strahlerzeile	34
3.3.3	Schallabstrahlung des Linienstrahlers	34
3.3.4	Schallabstrahlung ebener Flächen	35
3.3.5	Spezialfälle des Flächenstrahlers	35
3.4	Schallabstrahlung mit Exponentialtrichter	36

4	Schallausbreitung.....	38
4.1	Schallausbreitung an Grenzflächen.....	38
4.1.1	Übersicht.....	38
4.1.2	Reflexion.....	39
4.1.3	Absorption, Dissipation, Transmission.....	40
4.1.4	Dämmung von Schallwellen.....	40
4.1.5	Brechung von Schallwellen	42
4.2	Beugung von Schallwellen	43
4.3	Streuung von Schallwellen	44
4.4	Schalldämpfung	44
5	Schallfelder mit Berandungen	45
5.1	Schallfelder in Räumen.....	45
5.1.1	Modellschallfelder	45
5.1.2	Stehende Wellen	45
5.1.3	Eigenfrequenzen und Eigenschwingungen	46
5.1.4	Gedämpfte Eigenschwingungen	46
5.1.5	Stationäres Schallfeld, Raumübertragungsfunktion.....	46
5.1.6	Geometrische Akustik.....	46
5.1.7	Diffuses Schallfeld.....	47
5.1.8	Nachhallzeit	47
5.1.9	Äquivalente Absorptionsfläche.....	47
5.1.10	Verteilte Absorption	47
5.1.11	Luftabsorption.....	47
5.1.12	Energiedichte im stationären Schallfeld.....	47
5.1.13	Hallradius, Hallabstand.....	48
5.1.14	Schallabsorber.....	48
5.1.15	Reflexionsfaktor.....	48
5.1.16	Absorptionsgrad.....	48
5.1.17	Wandimpedanz	48
5.1.18	Poröse Materialien, "Höhenschlucker"	49
5.1.19	Strömungswiderstand.....	49
5.1.20	Schallwellen im porösen Medium.....	49
5.1.21	Eingangsimpedanz und Absorptionsgrad eines porösen Absorbers.....	49
5.1.22	Biegeweiche mitschwingende Wände	50
5.1.23	Resonanzabsorber ("Tiefenschlucker").....	50
5.1.24	Helmholtz-Resonator	51
5.1.25	Absorption von Publikum und Gestühl.....	51
5.2	Schallfelder in Rohren und Kanälen	51
5.2.1	Ebene Wellen.....	52
5.2.2	Wellen höherer Ordnung.....	52
5.2.3	Rohre mit Querschnittsänderung	54

5.2.4	Auskleidung.....	54
6	Schallfelder im Freien	56
6.1	Grundbegriffe und Einflussgrößen	56
6.2	Strahlermodelle und räumliche Lage von Schallquelle und Aufpunkt.....	57
6.2.1	Punktschallquelle.....	57
6.2.2	Linienschallquelle.....	58
6.2.3	Flächenschallquelle	59
6.2.4	Richtwirkungsmaß.....	59
6.3	Verluste bei der Schallausbreitung in der Atmosphäre	59
6.4	Einfluss von Temperatur und Wind.....	61
6.4.1	Krümmung des Schallstrahles	61
6.4.2	Boden- und Meteorologiedämpfung.....	63
6.4.3	Korrektur für die Schallimpedanz	63
6.5	Einfluss von Hindernissen.....	63
6.5.1	Bewuchsdämpfungsmaß.....	64
6.5.2	Bebauungsdämpfungsmaß.....	64
6.5.3	Abschirmmaß und Einfügungsdämpfungsmaß.....	64

Anhang:

A1	Nichtlineare Akustik	A1
A2	Mechanismen des Zustandekommens von Verlusten bei der Schallausbreitung.....	A5
A3	Hörakustik.....	A10
A4	Schallerzeugung: Schallquellen der Praxis	A14
	Sachverzeichnis.....	A19

DEGA-Empfehlung 101 "Akustische Wellen und Felder"

Vorbemerkung

Die Anwendung dieser Ausarbeitung ist für die Vereinheitlichung des Sprachgebrauches auf dem Gebiet der Akustik vorgesehen, insbesondere auf die normative Beschreibung von Begriffen, Größen, Phänomenen u.A.m. Sie soll insbesondere auch zur Angleichung der Terminologie an der Schnittstelle des Fachgebietes Akustik zu anderen Fachdisziplinen dienen, so z.B. für die Maschinenakustik im Maschinenbau, für die Bauakustik im Bauingenieurwesen, für die Raumakustik in der Architektur, für die Verkehrsakustik im Verkehrswesen, für die Umweltakustik in der Umwelttechnik usw. Zweck dieser Ausarbeitung ist es, die Größen des Schallfeldes in einer geschlossenen Form darzustellen.

Die Ausarbeitung basiert auf Normen, Richtlinien und anderen Literaturstellen (eingeschlossen Lehrbüchern

und Lehrmaterialien), die z.T. im Vorspann dieser Ausarbeitung angegeben sind.

Es werden i.A. SI-Basis-Einheiten verwendet. Für logarithmische Verhältnisgrößen wird die Einheit dB (Dezibel) benutzt. Das Bel (bzw. Dezibel) gehört zu den Einheiten, die zwar nicht Teil des SI sind, aber in großem Umfang angewendet werden („units accepted for use with the SI“; siehe Veröffentlichung des Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) 1998).

Einzelne Abschnitte der folgenden Ausarbeitung sind in deutlicher Anlehnung an den Stil der DIN 1324, Teil 1-3 (Elektromagnetisches Feld: Zustandsgrößen, Materialgrößen, Elektromagnetische Wellen), formuliert worden.

Literaturstellen:

- [1] DIN 1302 Allgemeine mathematische Zeichen und Begriffe, Dezember 1999
- [2] DIN 1304 (Teil 1) Formelzeichen: Allgemeine Formelzeichen, März 1994
- [3] DIN 1304 (Teil 4) Formelzeichen: Zusätzliche Formelzeichen für Akustik, Entwurf September 1986, 1994 zurückgezogen
- [4] DIN 1320 Akustik: Begriffe, Juni 1997
- [5] DIN 1332 Akustik: Formelzeichen, Oktober 1969
- [6] DIN IEC 50-801 Internationales Elektrotechnisches Wörterbuch; Kapitel 801: Akustik und Elektroakustik, Entwurf März 1995
- [7] DIN ISO 31 (Teil 7) Größen und Einheiten, Teil 7: Akustik, Entwurf Mai 1994; entspricht ISO 31-7 : 1992
- [8] DIN ISO 9613-2 Dämpfung des Schalls bei der Ausbreitung im Freien
- [9] DIN EN ISO 14163 Akustik – Richtlinien für den Schallschutz durch Schalldämpfer (IOS/DIS 14163: 1996); Deutsche Fassung prEN ISO 14163 : 1996
- [10] VDI 2714 Schallausbreitung im Freien
- [11] VDI 2720, Bl. 1 Schallschutz durch Abschirmung
- [12] Schmidt, H. Schalltechnisches Taschenbuch. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1996
- [13] Crocker, M.J. Handbook of Acoustics. Wiley - Interscience Publication, New York, 1998
- [14] Fasold, W.; Veres, E. Schallschutz und Raumakustik in der Praxis. Verlag für Bauwesen GmbH, Berlin, 1998
- [15] Kraak, W.; Weißing, H. Schallpegelmeßtechnik. VEB Verlag Technik, Berlin, 1970
- [16] Fasold, W.; Kraak, W.; Schirmer, W. Taschenbuch Akustik. VEB Verlag Technik, Berlin, 1984
- [17] Henn, H.; Sinambari, G.R.; Fallen, M. Ingenieurakustik. Vieweg Verlag, Wiesbaden, 1999
- [18] Fricke, J.; Moser, L.M.; Scheuer, H.; Schubert, G. Schall und Schallschutz. Physik-Verlag, Weinheim, 1983
- [19] Költzsch, P.; Heinze, M. Lärmarmes Konstruieren – Strömungstechnische und strömungsakustische Fachbegriffe. Zentralinstitut für Arbeitsschutz, Eigenverlag, Dresden, 1980
- [20] Pierce, A.D. Acoustics, An Introduction to its Principles and Applications. Acoustical Society of America, New York, 1991
- [21] Meyer, E., Neumann, E.-G. Physikalische und Technische Akustik. Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1979
- [22] Reynolds, D.D. Engineering Principles of Acoustics. Allyn and Bacon, Boston, 1985
- [23] Cremer, L.; Hubert, M. Vorlesungen über Technische Akustik. Springer-Verlag, Berlin, 1975
- [24] Veit, I. Technische Akustik. Vogel-Verlag, Würzburg, 1996
- [25] Schirmer, W. (Hrsg.) Technischer Lärmschutz. VDI-Verlag. Düsseldorf, 1996
- [26] Heckl, M.; Müller, H.A. Taschenbuch der technischen Akustik. Springer-Verlag, 2.Auflage, Berlin, 1994
- [27] Rasmussen, K. Calculation methods for the physical properties of air used in the calibration of microphones. Department of acoustic Technology, Technical University of Denmark, Report PL-11b, Lyngby, 1997
- [28] Kuttruff, H. Raum- und Bauakustik. Skript zur Vorlesung bis 1995/96, laufend überarbeitete Fassung nach M. Vorländer, RWTH Aachen, 2001
- [29] Kuttruff, H. Room Acoustics, 4th edition. E&FN Spon, London, 2001

- [30] Cremer, L. und Müller, H.A. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik, 2.Auflage. Hirzel Verlag, Stuttgart, 1976/78
- [31] DIN 1314 Referenzzustand, Normzustand, Normvolumen; Begriffe und Werte, Januar 1990
- [32] Hassall, J.R.; Zaveri, K. Acoustic Noise Measurements. Brüel & Kjaer, 5th edition, 1988
- [33] BIPM The International System of Units (SI). 7th edition; Organisation Intergouvernementale de la Convention du Metre, Bureau International des Poids et Mesures, Paris, 1988

1 Grundbegriffe und elementare Größen

1.1 Schall und Schallarten

Tabelle 1-1: Allgemeine Begriffe – Schall

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	Abschnitt
Schall			1.1.1
Fluidschall			1.1.2
Luftschall			1.1.2.1
Flüssigkeitsschall			1.1.2.2
Schalldruck	p	Pa	1.1.2.1
Schallschnelle	\vec{v}	m s^{-1}	1.1.2.1
Schallgeschwindigkeit in Luft	c	m s^{-1}	1.1.2.1
Körperschall			1.1.3
Kompressionsmodul	K	N m^{-2}	1.1.2.2
Dichte	ρ_0	kg m^{-3}	1.1.2.2
Infraschall			1.1.4
Hörschall			1.1.5
Hörfrequenzbereich			1.1.5
Ultraschall			1.1.6

1.1.1 Schall

Unter der Bezeichnung Schall versteht man allgemein elastodynamische Schwingungen und Wellen. Dabei setzen Schallfelder feste, flüssige, gasförmige oder plasmaförmige Materie bzw. Materie mit mehreren Phasen (z.B. Luft mit Staubpartikeln und Wassertröpfchen) voraus. Bedingung für die Entstehung von Schall sind periodische oder nichtperiodische Wechselprozesse, d.h. dynamische Vorgänge bzw. Schwankungen physikalischer Größen, Parameter und Zustände im Makro- und Mikrobereich (vgl. [4]).

1.1.2 Fluidschall

Unter dem Begriff Fluidschall werden Ausbreitungsvorgänge in Gasen und Flüssigkeiten zusammengefasst.

1.1.2.1 Luftschall

Die Erzeugung von Schallwellen und deren Abstrahlung von Quellen, Sendern oder Oberflächen sowie nachfolgend ihre Ausbreitung ist in dem Medium Luft an dessen Volumenelastizität gebunden. Die Ausbreitung von Luftschallwellen beruht auf der Übertragung des Impulses sowie von potenzieller und kinetischer Energie zwischen den Luftpartikeln.

Die mathematische Beschreibung der Prozesse ist durch die Wellengleichung gegeben. Die skalare Größe p , der Schalldruck, und die Vektorgröße \vec{v} , die Partikelge-

schwindigkeit (auch Schallschnelle genannt), werden durch die Erhaltungsgleichungen für die Masse (Kontinuitätsgleichung) und den Impuls verknüpft (siehe Kapitel 2). Der Schalldruck p ist dem statischen Gleichdruck p_0 (atmosphärischer Luftdruck) überlagert. p und \vec{v} sind Kenngrößen des Luftschallfeldes.

Die Vorgänge im Luftschallfeld gehorchen den thermodynamischen Grundgesetzen. Luftschall breitet sich ausschließlich in Form von Kompressionswellen (Longitudinalwellen) mit der für Luft unter Normalbedingungen charakteristischen Schallgeschwindigkeit $c_0 = 331 \text{ ms}^{-1}$ aus (siehe 1.6.5).

Bei der Schallausbreitung in der Atmosphäre (siehe Kapitel 6) sind Phänomene der Brechung, Reflexion, Beugung und Streuung zu beobachten, welche durch die Beeinflussung des Schallfeldes durch das Wind- und Temperaturfeld zustande kommen. Auch besondere Geländeprofile und die Bodenbeschaffenheit können die Ausbreitung von Luftschall beeinflussen.

1.1.2.2 Flüssigkeitsschall

Akustische Prozesse in Flüssigkeiten (Unterwasserschall, Schallausbreitung in flüssigkeitsgefüllten Rohrleitungen) sind denen in gasförmigen Medien, z.B. in Luft, weitgehend ähnlich. Sinngemäß gilt die für Luftschall abgeleitete Wellengleichung. Die Ausbreitung erfolgt in Form von Kompressionswellen (Longitudinalwellen). Für die Berechnung der Ausbreitungsgeschwindigkeit sind der

Kompressionsmodul K und die Dichte ρ_0 der Flüssigkeit maßgeblich. In Abhängigkeit vom Anteil gelöster Gase in der Flüssigkeit unterliegt der Kompressionsmodul starken Schwankungen, was unmittelbar Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit c hat (vgl. 1.6.5).

1.1.3 Körperschall

Körperschall ist an Schwingungsvorgänge in festen Körpern (elastische Stoffe, Materialien) gebunden. Materialkennwerte haben Einfluss auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit und gehen in die Wellengleichung ein. Im Gegensatz zum Fluidschall hängt die Ausbreitung von Körperschall auch von der Formelastizität des Körpers ab.

Grundlage der Wellengleichung für das Körperschallfeld sind die Größen Dehnung, Scherung, Normal- und Schubspannung. Die mathematische Beschreibung der Deformationszustände im Material kann zumeist auf ein- bzw. zweidimensionale Ausbreitungsvorgänge beschränkt werden (Ausbreitung in Stäben und Platten insb. in Form von Dehnwellen, Biegewellen und Torsionswellen). Auf der Oberfläche der Körper breiten sich u.A. Rayleighwellen aus. Die Schwingungsformen (Eigenschwingungen) werden von der Geometrie und der Einspannung der Strukturelemente bestimmt.

Körperschallwellen können durch Kräfte, aber auch durch Schallfelder in angrenzenden Fluiden angeregt werden. Andererseits kann Körperschall die Abstrahlung von Fluidschall von Oberflächen zur Folge haben.

1.1.4 Infraschall

Infraschall bezeichnet Vorgänge unterhalb des menschlichen Hörvermögens, nicht aber außerhalb des menschlichen Wahrnehmungsvermögens. Schwingungen und Wellen mit Frequenzen unterhalb 16 Hz (siehe 1.2.1) werden dem Infraschallbereich zugeordnet. Infraschall

unterliegt in allen Ausbreitungsmedien nur einer sehr schwachen Dämpfung.

Die Messung von Infraschall bedarf besonderer Sensorkonstruktionen oder einer Filterung des Signals, da prinzipiell nichtakustische Druckschwankungen, verursacht z.B. durch das Windfeld, das Infraschallsignal beeinflussen.

1.1.5 Hörschall

Akustische Signale im Hörfrequenzbereich (16 Hz bis 20 kHz) werden Hörschall genannt. In der Audiologie differenziert man zwischen dem konventionellen Hörbereich von 16 Hz bis 8 kHz und dem erweiterten Hörfrequenzbereich von 8 kHz bis 20 kHz.

1.1.6 Ultraschall

Ultraschallwellen oberhalb 20 kHz sind für den Menschen unhörbar, dienen aber vielen Tieren zur Orientierung. Untersuchungen zur Ausbreitung von Ultraschallwellen beziehen sich hauptsächlich auf die Materialprüfung. Die Ausbreitungsverhältnisse werden durch die Modenformen (Longitudinal- und Schermoden), die Dämpfung sowie durch die Phänomene Refraktion und Reflexion an Diskontinuitäten charakterisiert.

Bei isotropen Körpern existiert je eine Ausbreitungsgeschwindigkeit für Kompressions- und Scherwellen. Bei anisotropen Stoffen gibt es zwei Geschwindigkeiten für Scherwellen und eine Geschwindigkeit für Kompressionswellen. Auf der Oberfläche der Werkstoffe können sich Rayleighwellen ausbreiten. Auf Platten treten Lambwellen in Erscheinung mit je einer Komponente der Partikelbewegung in Transversalrichtung und in Ausbreitungsrichtung.

1.2 Elementare Größen der Wellenbewegung

Tabelle 1-2: Übersicht elementare Größen der Wellenbewegung

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Periodendauer	T	s	1.2.1
Frequenz	f	s^{-1}	1.2.1
Kreisfrequenz	ω	s^{-1}	1.2.1
Wellenlänge; Wellenzahl	$\lambda; k$	$m; m^{-1}$	1.2.2
Phasengeschwindigkeit	c_{ph}	$m s^{-1}$	1.2.3
Gruppengeschwindigkeit	c_{gr}	$m s^{-1}$	1.2.3
Phase, Nullphasenwinkel	ϕ, ϕ_0	rad	1.2.1

1.2.1 Frequenz f

Die Anzahl der in der Zeiteinheit vollendeten Schwingungen der Schallwelle entspricht der Frequenz f des

Signals, angegeben in s^{-1} oder Hertz (Hz). Eine Schwingung pro Sekunde ist demzufolge gleich 1 Hz ($1s^{-1}$).

Die Frequenz f einer Schwingung ist der Schwingungsdauer T umgekehrt proportional:

$$f = \frac{1}{T} \quad . \quad [1-1]$$

Erläuterungen zu Abbildung 1-1:

$$x(t) = \hat{x} \cos(\omega t + \varphi_0) = \hat{x} \cos\left[\frac{2\pi}{T}(t + t_0)\right]$$

mit: \hat{x} Amplitude (Spitzenwert)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ Kreisfrequenz}$$

T Periodendauer

$$f = \frac{1}{T} \text{ Frequenz}$$

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{T} t_0 \text{ Nullphasenwinkel}$$

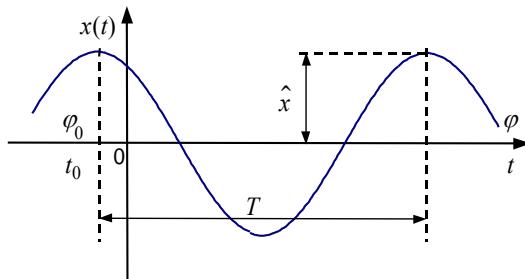


Abbildung 1-1: Periodische Zeitfunktion und ihre Kennwerte

Erläuterungen zu Abbildung 1-2:

$$A(x) = A_0 \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

mit: $\Delta x = \Delta t \cdot c = \Delta t \cdot \lambda \cdot f$

k = Wellenzahl (siehe [1-3]) .

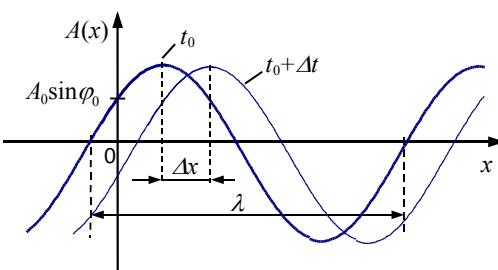


Abbildung 1-2: In positive x -Richtung fortschreitende Welle mit sinusförmigem Zeitverlauf

1.2.2 Wellenlänge λ , Wellenzahl k

Als Wellenlänge bezeichnet man den Abstand zweier aufeinanderfolgender Wellenfronten, d.h. von Linien oder Flächen gleicher Phase. Frequenz, Schallgeschwindigkeit (siehe 1.2.3 und 1.6.5) und Wellenlänge stehen in einem direkten Zusammenhang:

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT \quad . \quad [1-2]$$

Im Falle harmonischer Ausbreitungsvorgänge in verlustfreien Medien wird häufig die reelle Wellenzahl k verwendet:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad . \quad [1-3]$$

Für verlustbehaftete Wellenausbreitung ist die Wellenzahl eine komplexe Größe.

1.2.3 Dispersion, Phasen- und Gruppengeschwindigkeit c_{ph} , c_{gr}

Die Schallgeschwindigkeit c_0 (siehe 1.1.2.1) ist diejenige Geschwindigkeit, mit der sich Schallwellen im jeweiligen Medium und bei den jeweiligen Umgebungsbedingungen ausbreiten. Sie entspricht der Geschwindigkeit, mit welcher sich bei gegebener Frequenz und Wellenlänge ein Zustand gleicher Phase ausbreitet, d.h. $c_0 = c_{\text{ph}}$.

Im Falle von Dispersion unterscheidet sich die Phasengeschwindigkeit c_{ph} von der Gruppengeschwindigkeit c_{gr} . Unter Dispersion versteht man die Abhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle von deren Frequenz bzw. Wellenlänge. Zum Beispiel weisen Biegewellen eine von der Frequenz abhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit auf. Somit können sich zu einem Signal gehörende Schallanteile unterschiedlicher Frequenz mit voneinander abweichenden Geschwindigkeiten ausbreiten.

Die Dispersion wird im Allgemeinen durch die Dispersionsrelation $\omega(k)$ beschrieben, wobei eine Richtungsabhängigkeit der Schallausbreitung einbezogen werden kann. \vec{k} kann dann auch als Vektor aufgefasst werden, der in Richtung der Wellennormale zeigt. Mit Hilfe der Dispersionsrelation lassen sich die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit durch

$$c_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k}, \quad c_{\text{gr}} = \frac{d\omega}{dk} \quad . \quad [1-4]$$

ausdrücken. Die „Verzerrung“ des Signals im Verlaufe seiner Ausbreitung infolge voneinander abweichender Phasengeschwindigkeiten der Komponenten äußert sich in einem Zerfließen der Wellenpakete.

Schwingungen mit benachbarten Frequenzen überlagern sich zu Schwebungen, deren Umhüllende sich mit der Gruppengeschwindigkeit c_{gr} ausbreitet, die sich aus der wellenlängenabhängigen Phasengeschwindigkeit gemäß der Rayleigh'schen Beziehung

$$c_{\text{gr}} = c_{\text{ph}} - \lambda \frac{dc_{\text{ph}}}{d\lambda} \quad , \quad [1-5]$$

berechnen lässt. Die Gruppengeschwindigkeit ist entscheidend für den Energie- und Leistungstransport in einer Welle.

1.3 Feldgrößen des Schallfeldes

Tabelle 1-3: Übersicht Feldgrößen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI – Einheit	siehe Abschnitt
Schalldruck	p	$\text{Pa} = \text{N m}^{-2}$	1.3.1
Schalldruckpegel	L, L_p	dB	1.3.1
Schallschnelle	v	m s^{-1}	1.3.2
Schallausschlag	ξ	m	1.3.3
Dichte	ρ	kg m^{-3}	1.3.4
Schallfluss	q	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$	1.3.5
Potenzial der Schallschnelle	Φ	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1.3.6
Feldimpedanz	Z_s	$\text{N s m}^{-3} = \text{Pa s m}^{-1}$ $= \text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$	1.3.7
Kennimpedanz, Wellenwiderstand	Z_0	$\text{N s m}^{-3} = \text{Pa s m}^{-1}$ $= \text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$	1.3.8
Flussimpedanz	Z_a	$\text{N s m}^{-5} = \text{Pa s m}^{-3}$ $= \text{kg s}^{-1} \text{m}^{-4}$	1.3.9
Ausbreitungskoeffizient	γ	m^{-1}	1.3.10
Dämpfungskoeffizient	α	m^{-1}	1.3.10
Phasenkoeffizient	β	m^{-1}	1.3.10

Die Schallfeldgrößen und Wellengleichungen werden für den Fluidschall bei kleinen Amplituden (lineare Schallausbreitung) behandelt. Als (linearisierte) Grundgleichungen dienen dazu die Bewegungsgleichung, die Kontinuitätsgleichung und die Zustandsgleichung (siehe dazu Kapitel 2).

Komplexe Amplituden von Feldgrößen, hier als Beispiel der Schalldruck \underline{p} , sind wie folgt definiert:

$$p(t) = \hat{p} \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re} \left\{ \hat{p} e^{j(\omega t + \varphi)} \right\} = \text{Re} \left\{ \hat{p} e^{j\varphi} e^{j\omega t} \right\} = \text{Re} \left\{ \underline{p} e^{j\omega t} \right\}. \quad [1-6]$$

1.3.1 Schalldruck p , Schalldruckpegel L_p

Der Schalldruck ist der dem Schall zugeordnete Wechseldruck und stellt eine skalare Größe dar. Dieser ergibt sich aus der Differenz zwischen dem örtlichen Druck im Schallfeld und dem atmosphärischen Gleichdruck. Er wird als Momentanwert, Spitzenwert, Effektivwert bzw. als sonstiger Mittelwert gemessen.

Der verwendete Bereich des Schalldrucks ist vom jeweiligen technischen Anwendungsgebiet abhängig, z.B. in der Hörakustik, bei der Schallortung im Ozean oder in der Ultraschalldiagnostik. In der Hörakustik umfasst der Schalldruck den Größenbereich von $2 \cdot 10^{-5}$ Pa (näherungsweise ist das die Hörschwelle für Sinustöne bei 1000 Hz; entspricht einem Schalldruckpegel von $L_p = 0$ dB) bis 200 Pa (in dieser Größenordnung liegt

näherungsweise die individuell sehr unterschiedliche „Schmerzschwelle“; entspricht einem Schalldruckpegel von $L_p = 140$ dB).

Der Schalldruckpegel ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Effektivwertes des Schalldruckes zum Quadrat, bezogen auf das Quadrat des Bezugsschalldruckes $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa:

$$L_p = 10 \lg \left(\frac{\tilde{p}}{p_0} \right)^2 \text{ dB} = 20 \lg \frac{\tilde{p}}{p_0} \text{ dB}. \quad [1-7]$$

Der Effektivwert \tilde{p} (auch $p_{\text{rms}}, p_{\text{eff}}$) wird aus dem Mittelwert des Schalldruckquadrates berechnet:

$$\tilde{p}^2 = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int p^2(t) dt \Rightarrow \frac{1}{T} \int p^2(t) dt,$$

wobei der zweite Teil der Gleichung für periodische Größen ($T = 2\pi/\omega$) gilt.

Der Bezugsschalldruck p_0 entspricht näherungsweise der Hörschwelle des normalhörenden Menschen bei 1000 Hz für einen Sinuston. Die Schmerzschwelle des Menschen wird je nach Frequenz mit 120 bis 140 dB angegeben (siehe auch A3.2, A3.7).

1.3.2 Schallschnelle v , Schallschnellepegel L_v

Die Schallschnelle ist die dem Schall zugeordnete Wechselgeschwindigkeit der Fluidteilchen um eine gedachte Ruhelage. Sie ist, im Gegensatz zum Schalldruck, eine vektorielle Größe. Bei fortgelassenem Vektorpfeil ist v in Ausbreitungsrichtung gemeint.

Der Schallschnellepegel ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Effektivwertes der Schallschnelle zum Quadrat, bezogen auf das Quadrat der Bezugsschnelle $v_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-1}$:

$$L_v = 10 \lg \left(\frac{\tilde{v}}{v_0} \right)^2 \text{ dB} = 20 \lg \frac{\tilde{v}}{v_0} \text{ dB}.$$

Die Schallschnelle umfasst etwa den Bereich (für Luft und ebene Wellen) von $5 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-1}$ bis $0,5 \text{ ms}^{-1}$ (entsprechend dem oben angegebenen Bereich für den Schalldruck).

Die Schallschnelle ist physikalisch von der Schallgeschwindigkeit zu unterscheiden. Die Schallschnelle ist im Normalfall immer sehr viel kleiner als die Schallgeschwindigkeit (siehe Definition im Abschnitt 1.6.5).

1.3.3 Schallausschlag ξ

Der Schallausschlag ist die dem Schall zugeordnete Wechselauslenkung der Fluidteilchen im Schallfeld, d.h. der Schwingweg der Fluidteilchen in Schallausbreitungsrichtung und um eine Ruhelage. Die zeitliche Änderung des Schallausschlages ist die o.g. Schallschnelle.

1.3.4 Dichteschwankung ρ

Die Dichteschwankungen im Schallfeld sind mit den Druckschwankungen, d.h. mit dem Schalldruck, durch die alternierenden Kompressionen und Dilatationen in der Schallwelle (Dichtewelle, Kompressionswelle) unmittelbar verknüpft (siehe dazu 2.1).

Im Zusammenhang mit den in 1.3.1 bis 1.3.4 genannten Feldgrößen sind die im Folgenden behandelten weiteren Größen von Bedeutung.

1.3.5 Schallfluss q

Der Schallfluss ist das Skalarprodukt aus der Schallschnelle und der vom Schall durchsetzten Querschnittsfläche.

$$q = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{S} . \quad [1-8]$$

Der Schallfluss wird auch als Quellengröße verwendet und dann als Quellstärke bzw. Ergiebigkeit der Schallquelle bezeichnet (siehe 1.5.1).

1.3.6 Potenzial Φ der Schallschnelle

Das Feld der Schallschnelle ist – bis auf die akustische Grenzschicht an festen Wänden – wirbelfrei und kann daher als Gradient von einem Schnellepotenzial Φ dargestellt werden:

$$\vec{v} = \text{grad } \Phi \quad [1-9]$$

Aus der Bewegungsgleichung, siehe 2.1.1, folgt dann für den Schalldruck:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} . \quad [1-10]$$

1.3.7 Feldimpedanz Z_s

Die Feldimpedanz (auch spezifische Schallimpedanz) ist der Quotient aus den komplexen Amplituden der Feldgrößen Schalldruck und Schallschnelle an einem Punkt des Schallfeldes:

$$Z_s = \underline{Z} = \frac{p}{v} \quad [1-11]$$

Die Feldimpedanz kann nur für eine vorgegebene Richtung der Schallschnelle definiert werden.

1.3.8 Kennimpedanz, Wellenwiderstand Z_0

Die Kennimpedanz (auch Wellenwiderstand, Schallkennimpedanz) ist der Quotient aus den komplexen Amplituden von Schalldruck und Schallschnelle in einer ebenen, fortschreitenden Welle. Sie ergibt sich als reelle Größe zu

$$Z_0 = \rho_0 c_0 . \quad [1-12]$$

Die Kennimpedanz ist als Produkt aus der mittleren Dichte des Fluids und der Schallgeschwindigkeit eine Material- und Zustandsgröße des Fluids.

Für Luft im Normzustand (siehe DIN 1314 [31])

$$\begin{aligned} p_n &= 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa,} \\ \rho_n &= 1,292 \text{ kg m}^{-3} \text{ und} \\ T_n &= 273,15 \text{ K (0°C)} \end{aligned}$$

folgt

$$Z_{0,n} \approx 428,1 \text{ N s m}^{-3} ,$$

für $T = 293,15 \text{ K (20°C)}$ erhält man $Z_0 = 413,3 \text{ N s m}^{-3}$ (siehe auch 1.6).

1.3.9 Flussimpedanz Z_a

Die Flussimpedanz (auch akustische Impedanz) im Schallfeld ist der Quotient aus den komplexen Amplituden von Schalldruck und Schallfluss:

$$Z_a = \underline{Z} = \frac{p}{q} . \quad [1-13]$$

1.3.10 Ausbreitungskoeffizient γ

Der Ausbreitungskoeffizient ist eine komplexe Größe, die den Verlauf des Momentanwertes einer Feldgröße in einer fortschreitenden Schallwelle in ihrer Ortsabhängigkeit charakterisiert. Sie stellt den natürlichen Logarithmus des komplexen Verhältnisses einer Schallfeldgröße (z.B. Schalldruck) an zwei Punkten in Schallausbreitungsrichtung, dividiert durch den Abstand beider Punkte, dar:

$$\gamma = jk = \alpha + j\beta = -\frac{1}{\Delta x} \ln \frac{\hat{p} e^{-\gamma(x+\Delta x)}}{\hat{p} e^{-\gamma x}}, \quad [1-14]$$

wobei

$$\underline{p} = \hat{p} e^{-\gamma x} = \hat{p} e^{-(\alpha+j\beta)x} = \hat{p} e^{-\alpha x - j\beta x} \quad [1-15]$$

den exponentiell abklingenden Schalldruck in einer Schallwelle, die in positiver x -Richtung fortschreitet, angibt. Dabei sind:

- α Dämpfungskoeffizient, Dämpfungskonstante (siehe Kapitel 4),
- β Phasenkoeffizient, Phasenkonstante.

1.4 Energiegrößen des Schallfeldes

Tabelle 1-4: Übersicht Energiegrößen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Schallenergiedichte	w	$J \text{ m}^{-3} = \text{N/m}^2 = \text{kg s}^{-2} \text{ m}^{-1}$	1.4.1
Schallintensität	I	$\text{W m}^{-2} = \text{Pa m s}^{-1}$	1.4.2
Schallleistung	P	W	1.4.3
Schallleistungspegel	L_W	dB	

Die Energiegrößen des Schallfeldes enthalten jeweils Produkte der akustischen Feldgrößen.

1.4.1 Schallenergiedichte w

Die Schallenergiedichte ist der Quotient aus der Schallenergie und dem mit Schallenergie erfüllten Volumen. Dabei stellt die Schallenergie die Summe aus der potenziellen und der kinetischen Energie des Schallfeldes dar:

$$w_{\text{kin}} = \frac{\rho_0}{2} \tilde{v}^2 \quad [1-16]$$

kinetische Schallenergiedichte,

$$w_{\text{pot}} = \frac{\tilde{p}^2}{2\rho_0 c_0^2} = \frac{\tilde{p}^2}{2\kappa\rho_0} \quad [1-17]$$

potenzielle Schallenergiedichte.

Für die Schallenergiedichte in der ebenen, fortschreitenden Schallwelle ergibt sich

$$\begin{aligned} w &= w_{\text{kin}} + w_{\text{pot}} \\ &= \frac{\rho_0}{2} \tilde{v}^2 + \frac{\tilde{p}^2}{2\rho_0 c_0^2} = \rho_0 \tilde{v}^2, \end{aligned} \quad [1-18]$$

d.h. die kinetische Energiedichte ist gleich der potenziellen Energiedichte.

Von der auf das Volumen bezogenen Schallenergiedichte (Maßeinheit: J m^{-3}) ist die spektrale Schallenergiedichte (J Hz^{-1} bzw. J s) zu unterscheiden, die die Energiedichte je Frequenzbandbreite darstellt.

1.4.2 Schallintensität I , Schallintensitätspegel L_I

Die momentane Schallintensität I (häufig auch J) ist das Produkt aus Schalldruck und Schallschnelle:

$$\vec{I} = p \vec{v}. \quad [1-19]$$

Sie ist eine vektorielle Größe, deren Richtung durch den Vektor der Schallschnelle bestimmt ist. Die Schallintensität ist streng genommen eine zeitlich veränderliche Größe. Ihr Betrag wird aber in der Praxis meist als Effektivwert angegeben:

$$I = \tilde{p} \tilde{v} \cos \varphi \quad [1-20]$$

mit: φ Phasenwinkel zwischen Schalldruck und Schallschnelle

Die Schallintensität stellt die Energieflussdichte dar. Sie steht mit der Schallleistung gemäß [1-26] im Zusammenhang.

Für die Schallintensität in der ebenen, fortschreitenden Welle gilt:

$$I = \tilde{p} \tilde{v}, \quad [1-21]$$

da keine Phasenverschiebung zwischen Schalldruck und Schallschnelle vorliegt. Mit Hilfe der Schallkennimpedanz (siehe 1.3.8) folgt daraus:

$$I = \tilde{p} \tilde{v} = Z_0 \tilde{v}^2 = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0}. \quad [1-22]$$

Schließlich erhält man für den Zusammenhang zwischen Energiedichte w und Schallintensität I :

$$w = \rho_0 \tilde{v}^2 = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0 c_0} = \frac{I}{c_0}. \quad [1-23]$$

Der Schallintensitätspegel L_I ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Verhältnisses der Schallintensität zu einem Bezugswert $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$:

$$L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0} \text{ dB}. \quad [1-24]$$

Für eine ebene Schallwelle ergibt sich unter Normbedingungen (vgl. 1.6, 1.3.8) folgender Zusammenhang zwischen Schalldruckpegel L_p und Schallintensitätspegel L_I :

$$L_I = L_p - 0,29 \text{ dB} . \quad [1-25]$$

1.4.3 Schallleistung P , Schallleistungspegel L_W

Die Schallleistung ist die gesamte Schallenergie, die von einer Schallquelle je Zeiteinheit abgestrahlt wird, d.h. sie ist der Energiefluss von der Schallquelle in den umgebenden Raum. Sie wird aus dem Skalarprodukt von Schallintensitätsvektor (Energieflussdichte) und Flächennormalenvektor, integriert über die von der Schallwelle durchsetzte Fläche, gebildet:

$$P = \int_S \vec{I} \cdot d\vec{S} = \int_S p \vec{v} \cdot d\vec{S} . \quad [1-26]$$

Für die ebene Schallwelle bzw. das Fernfeld des Kugelstrahlers (siehe 2.3 und 3.2) ergibt sich z.B.:

$$P = \int_S \frac{\tilde{p}^2}{Z_0} dS = \int_S \tilde{v}^2 Z_0 dS , \quad [1-27]$$

wobei die Integrationsfläche bei der ebenen Schallwelle die von der Schallwelle durchsetzte ebene Fläche, bei

dem Kugelstrahler die durchsetzte Kugeloberfläche (Vollkugel, Halbkugel o.Ä.) ist.

Der Schallleistungspegel ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Verhältnisses der Schallleistung zu einer Bezugsschallleistung von $P_0 = 10^{-12} \text{ W}$:

$$L_W = 10 \lg \frac{P}{P_0} \text{ dB} . \quad [1-28]$$

Der Energieerhaltungssatz für den quellenfreien Bereich des Schallfelds lautet:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial I_i}{\partial x_i} = 0 , \quad [1-29]$$

bzw. in Vektorschreibweise

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{I} = 0 . \quad [1-30]$$

Die zeitliche Änderung der Energiedichte w (Summe aus potenzieller und kinetischer Energiedichte) in einem Fluidvolumen steht mit der Divergenz der Energieflussdichte \vec{I} im Gleichgewicht.

1.5 Quellengrößen des Schallfeldes

Tabelle 1-5: Übersicht Quellengrößen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Schallfluss	q	$\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$	1.5.1
Schallstrahlungsimpedanz	Z_r ($Z_{r,a}; Z_{r,s}; Z_{r,m}$)	($\text{Pa s m}^{-3}; \text{Pa s m}^{-1}; \text{N s m}^{-1}$)	1.5.2
Schallstrahlungsresistanz	$\operatorname{Re} Z_r$	siehe Z_r	1.5.2
Schallstrahlungsreaktanz	$\operatorname{Im} Z_r$	siehe Z_r	1.5.3
mitschwingende Medium - Masse	m_r	kg	1.5.3

1.5.1 Schallfluss q

Der Schallfluss einer Quelle (vgl. 1.3.5) ist das Skalarprodukt aus der Schallschnelle und dem Vektor des differenziellen Flächenelementes, integriert über die gesamte schwingende Oberfläche S (siehe [1-8]).

Zum Beispiel ergibt sich für den Schallfluss des Kugelstrahlers nullter Ordnung (siehe 3.2.1):

$$\underline{q} = \int_S \underline{v}_0 dS = v_0 4\pi R^2 \quad [1-31]$$

mit: v_0 radiale Schwinggeschwindigkeit an der Oberfläche der Kugel ($v_0 = \text{konst. auf der Kugeloberfläche}$),

R Radius der Kugel,

bzw. für den Schallfluss der strahlenden Kolbenmembran in einer unendlich großen Schallwand:

$$\underline{q} = \int_S \underline{v}_n dS = v_n \pi R^2 \quad [1-32]$$

mit: v_n Komponente der Schwinggeschwindigkeit in Normalenrichtung an der Oberfläche der Kolbenmembran ($v_n = \text{konst. auf der Membranoberfläche}$),

R Radius der Kolbenmembran.

Der Schallfluss des Schallstrahlers wird auch als Quellstärke bzw. Ergiebigkeit der Schallquelle bezeichnet (siehe 1.3.5).

1.5.2 Schallstrahlungsimpedanz Z_r

Die Schallstrahlungsimpedanz ist die Impedanz eines Mediums an der Oberfläche eines Schallstrahlers, d. h. die für die abgestrahlte Schallleistung relevante Eingangsimpedanz des Mediums, in das die Schallabstrahlung erfolgt.

Sie kann durch eine Feldimpedanz $Z_{r,s}$ (Quotient aus den komplexen Amplituden von Schalldruck und Schallschnelle), eine Flussimpedanz $Z_{r,a}$ (Quotient aus den komplexen Amplituden von Schalldruck und Schallfluss) oder durch eine mechanische Impedanz $Z_{r,m}$ (Quotient aus den komplexen Amplituden von Wechselkraft und Schallschnelle) beschrieben werden.

Eine wechselseitige Umrechnung dieser Impedanzen ist mit Hilfe der wirksamen Oberfläche des Schallstrahlers möglich. Bei jeweils konstanten Größen auf der Oberfläche S des Strahlers ergibt sich:

$$Z_{r,a} = \frac{Z_{r,s}}{S} = \frac{Z_{r,m}}{S^2} \quad [1-33]$$

Der Realteil der Schallstrahlungsimpedanz ist die Strahlungsresistenz, der Imaginärteil entsprechend die Strahlungsreaktanz. Der Kehrwert der Strahlungsimpedanz ist die Strahlungsdadmittanz.

1.5.3 Schallstrahlungsresistanz $\operatorname{Re}\{Z_r\}$ und -reaktanz $\operatorname{Im}\{Z_r\}$

Die Schallstrahlungsresistanz $\operatorname{Re} Z_r$ bestimmt die ins Fernfeld abgestrahlte Schallleistung für jeweils konstante Größen auf der Strahleroberfläche:

$$\begin{aligned} P &= \tilde{v}_n^2 \operatorname{Re}\{Z_{r,m}\} \\ &= \tilde{q}^2 \operatorname{Re}\{Z_{r,a}\} \\ &= \tilde{v}_n^2 S \operatorname{Re}\{Z_{r,s}\} \end{aligned} \quad [1-34]$$

Die Schallstrahlungsreaktanz $\operatorname{Im} Z_r$ kennzeichnet die im Nahfeld des Strahlers „mitschwingende Mediummasse“, eine auf den Strahler wirkende Zusatzmasse, die vom Strahler mitbewegt werden muss. Dieser Vorgang liefert jedoch keinen Anteil an Wirkenergie für die Abstrahlung ins Fernfeld sondern nur Blindenergie. Zum Beispiel ergibt sich für den Kugelstrahler nullter Ordnung (siehe 3.2.1):

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}\{Z_{r,m}\} &= \operatorname{Im}\{Z_{r,s}\} \cdot S = \frac{\omega \rho_0 R}{1 + (kR)^2} 4\pi R^2 \\ &= \omega \rho_0 4\pi R^3 = \omega m_r \quad (kR \ll 1) \end{aligned} \quad [1-35]$$

mit: m_r mitschwingende Mediummasse

$$m_r = \rho_0 4\pi R^3 = 3 \rho_0 V_K, \quad [1-36]$$

V_K Volumen des Kugelstrahlers.

1.6 Materialgrößen des Schallfeldes

Tabelle 1-6: Übersicht Materialgrößen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Dichte	ρ	kg m^{-3}	1.6.1
Gaskonstante (universelle, allgemeine, molare)	R	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$	1.6.2
Gaskonstante (spezielle, spezifische)	R_B	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1.6.2
Spezifische Wärmekapazität	c_p, c_v	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1.6.3
Adiabatenexponent	κ	-	1.6.4
Schallgeschwindigkeit	c	m s^{-1}	1.6.5
Kompressionsmodul	K	Pa	1.6.6
Wärmeleitfähigkeit	λ	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	1.6.7
Viskosität (dynamische)	η	Pa s	1.6.8
Viskosität (kinematische)	ν	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	1.6.8

1.6.1 Dichte ρ

Die (Massen-)Dichte eines Fluids ist die volumenbezogene Masse. Sie tritt in der Akustik in folgender Form auf:

ρ_0 mittlere Dichte, Umgebungsichte

ρ_\sim akustische Dichteschwankung

Für Luft gilt in der Näherung „ideales Gas“ im Normzustand (siehe [31]) $p_n = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_n = 273,15 \text{ K}$ [0°C]:

$$\rho_{n,L} = \frac{p_n}{R_L T_n} = 1,292 \text{ kg m}^{-3}, \quad [1-37]$$

vgl. auch 1.6.2.

Für $T = 293,15 \text{ K}$ erhält man $\rho = 1,204 \text{ kg m}^{-3}$.

1.6.2 Gaskonstante R

Die universelle (allgemeine, molare) Gaskonstante ist in der Thermodynamik mit

$$R = 8,31451 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

festgelegt. Der Zusammenhang mit der speziellen (spezifischen) Gaskonstanten eines Stoffes B ergibt sich zu

$$R_B = \frac{R}{M_B} \quad [1-38]$$

mit: M_B molare Masse des Stoffes B in kg mol^{-1} .

Für trockene Luft gilt nach Rasmussen [27]:

$$M_L = 2,89658 \cdot 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1},$$

und damit

$$R_L = 287,05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

1.6.3 Spezifische Wärmekapazität c_p, c_v

Die spezifische Wärmekapazität ist in der Thermodynamik als massenbezogene Wärmekapazität festgelegt, und zwar bei konstantem Druck als c_p und bei konstantem Volumen mit c_v . Es bestehen folgende Zusammenhänge:

- Adiabatenexponent (siehe 1.6.4 und 2.1.3):

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad [1-39]$$

- spezifische Gaskonstante des Stoffes B:

$$R_B = c_p - c_v. \quad [1-40]$$

Für Luft gilt:

$$c_p = 1,0022 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

1.6.4 Adiabatenexponent κ

Der Adiabatenexponent ist für ideale Gase das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck zur spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen, siehe [1-39].

Für zweiatomige Gase (näherungsweise auch für Luft) gilt: $\kappa = 1,4$.

1.6.5 Schallgeschwindigkeit c

Die Schallgeschwindigkeit ist der Betrag der Phasengeschwindigkeit (vgl. 1.2.3) einer sich frei ausbreitenden Schallwelle. Sie ist in einer Dichte- oder Kompressionswelle die Ausbreitungsgeschwindigkeit kleiner Druckstörungen. Die Richtung der Schallausbreitung stimmt mit der Richtung der Auslenkung der Fluidteilchen überein (Longitudinalwelle), d.h. die Richtung der Wellenausbreitung und der Schallschnelle sind identisch. Für die Berechnung der Schallgeschwindigkeit gilt:

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}} \quad [1-41]$$

mit: K Kompressionsmodul (siehe 1.6.6).

Für Gase gilt:

$$K = \kappa p_0. \quad [1-42]$$

Allgemein ist für ein Gemisch idealer Gase zu schreiben:

$$c = \sqrt{\frac{R \cdot T}{\sum \frac{M_i}{\kappa_i} n_i}} \quad [1-43]$$

n_i	Volumenanteil des Gases i im Gemisch
M_i	molare Masse des Gases i in kg mol^{-1}
κ_i	Adiabatenexponent des Gases i
T	absolute Temperatur
R	allgemeine Gaskonstante.

Für trockene Luft im Normzustand (siehe 1.6.1) gilt:

$$c_{n,L} = \sqrt{\frac{\kappa p_n}{\rho_n}} = \sqrt{\kappa R_L T_n} = 331,35 \text{ ms}^{-1}, \quad [1-44]$$

für $T = 293,15 \text{ K}$ folgt $c = 343,2 \text{ ms}^{-1}$. Zu detaillierteren Rechnungen, z.B. bei Berücksichtigung der Luftfeuchte und von Korrekturen zur Näherung „ideales Gas“, siehe Rasmussen [27].

Für Wasser erhält man:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}} = 1442,2 \text{ ms}^{-1} \quad [1-45]$$

mit $K = 2,08 \cdot 10^9$
und $\rho_0 = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

Die Schallausbreitung in Festkörpern unterliegt anderen Gesetzmäßigkeiten. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt von Materialkennwerten und bei der Biegewelle auch von der Frequenz f ab.

1.6.6 Kompressionsmodul K

Der Kompressionsmodul K ist der Kehrwert der Kompressibilität, d.h. der relativen Volumenänderung bei Einwirkung einer bestimmten Druckdifferenz:

$$K = -V_0 \frac{\Delta p}{\Delta V}. \quad [1-46]$$

Der Kompressionsmodul kann mit Hilfe der Volumendilatation δ (auch rel. Volumenänderung, Verdichtung) bzw. mit Hilfe der akustischen Nachgiebigkeit N_{ak} dargestellt werden:

$$K = \frac{\Delta p}{\delta} = \frac{V_0}{N_{ak}}, \quad [1-47]$$

mit:

$$\delta = -\frac{\Delta V}{V_0} \quad [1-48]$$

und:

$$N_{ak} = -\frac{\Delta V}{\Delta p}. \quad [1-49]$$

Für den isothermen Fall (Index T) ergibt sich

$$K_T = p_0 \quad \delta_T = \frac{\Delta p}{p_0} \quad N_{ak,T} = \frac{V_0}{p_0}$$

und für den adiabaten (isentropen) Fall (Index s)

$$K_s = \kappa p_0 \quad \delta_s = \frac{\Delta p}{\kappa p_0} \quad N_{ak,s} = \frac{V_0}{\kappa p_0}.$$

(Näheres siehe z.B. Anhang A2.3.)

1.6.7 Wärmeleitfähigkeit λ

Die Wärmeleitfähigkeit kennzeichnet als Stoffgröße das Wärmeleitvermögen eines Fluids oder Körpers. Der Wärmeleitkoeffizient λ ist als Proportionalitätsfaktor im FOURIER'schen Wärmeleitgesetz definiert:

$$\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} T \quad [1-50]$$

mit: \vec{q} Vektor der Wärmestromdichte.

Für Luft (20 °C) gilt:

$$\lambda = 0,0243 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Die Wärmeleitfähigkeit spielt in Schallfeldern eine Rolle, bei denen Verluste durch Wärmeleitung auftreten (frequenzabhängige Effekte).

1.7 Schallfelder und Schallfeldphänomene

Größe, Begriff	siehe Abschnitt
Ebenes Wellenfeld	1.7.1
Kugelwellenfeld	1.7.2
Zylinderwellenfeld	1.7.3
Nahfeld, Fernfeld	1.7.4
Diffuses Schallfeld	1.7.5
Hallfeld	1.7.5
Stehende Welle	1.7.8
Interferenz	1.7.7
Reflexion	1.7.6

Der Feldbegriff ist in der Physik allgemein üblich. Jedem Punkt eines Raumes können charakteristische, orts- und zeitabhängige Feldgrößen (hier: die Kenngrößen des Schallfeldes p und v) zugeordnet werden, welche im Falle der Schallfelder durch die Grundgleichungen des Schallfeldes, die Differenzialgleichungen des Feldes bzw. durch die Wellengleichung miteinander verknüpft sind (siehe 2; zur Ausbreitung von ebenen Wellen, Kugelwellen und Zylinderwellen vgl. speziell 2.3.).

1.7.1 Ebenes Wellenfeld

Nach der Theorie sind nur unendlich große, ebene, konphas schwingende Platten oder Wände in der Lage, ebene Wellen und somit ein ebenes Wellenfeld im freien Raum mit den Koordinaten x, y, z zu erzeugen. Ebene

1.6.8 Viskosität η, ν

Die Viskosität charakterisiert als Stoffgröße in einer Fluidströmung die inneren Reibungsvorgänge, d.h. den Widerstand gegenüber scherenden Verformungen. Die dynamische Viskosität η tritt als Proportionalitätsfaktor im NEWTON'schen Reibungsgesetz der viskosen Strömung auf, z.B. in der Form:

$$\tau_x = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad [1-51]$$

mit: τ_x Schubspannung in x -Richtung (Richtung der Teilchengeschwindigkeit),

$\frac{\partial v_x}{\partial y}$ Deformationsgeschwindigkeit, Gradient der Teilchengeschwindigkeit quer zur Strömungsrichtung.

Für die kinematische Viskosität ν gilt:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_0}. \quad [1-52]$$

Die Viskosität spielt bei der verlustbehafteten Schallausbreitung an festen Berandungen sowie bei Schallvorgängen in engen Kanälen (z.B. poröser Absorber) eine große Rolle.

Wellen sind dadurch gekennzeichnet, dass die sich ausbreitenden Wellenfronten Ebenen sind. Die Kenngrößen des Schallfeldes, der skalare Druck p und die Vektorgröße \vec{v} , die Schallschnelle, haben die gleiche Phasenlage. Die Schallkennimpedanz, d.h. der Wellenwiderstand

$$Z_0 = \frac{p}{v} = \rho_0 \cdot c \quad [1-53]$$

ist somit eine rein reelle Größe (siehe auch 1.3.8). Die Richtung der Schnelle \vec{v} stimmt mit der Ausbreitungsrichtung der Welle überein. Die für ebene fortschreitende Wellen gültige Wellengleichung (siehe 2.2, 2.3.1)

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi = \Delta \Phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad [1-54]$$

mit

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad [1-55]$$

und

$$\vec{v} = \overset{\text{Def}}{\text{grad}} \Phi \quad [1-56]$$

wird bei der Schallausbreitung z.B. in Rohren erfüllt (siehe 5.2).

Die Lösung der Wellengleichung enthält eine sich in positive x -Richtung und eine sich in negative x -Richtung ausbreitende Welle:

$$p_x = f(x - ct) + g(x + ct) \quad [1-57]$$

$$v_x = \frac{1}{\rho_0 c} f(x - ct) - \frac{1}{\rho_0 c} g(x + ct) \quad [1-58]$$

f, g - allgemeine Funktionen.

Physikalische Bedeutung hat für die sich in positive x -Richtung ausbreitende Welle nur der jeweils erste Term. Diese schreitet in der Zeit Δt mit c um $\Delta x = c \cdot \Delta t$ fort. Kennzeichnend für diese Wellenart ist der Umstand, dass der momentane Zustand der Schallfeldgrößen nur von der Koordinate x abhängt und die Schallwelle ohne Dämpfung durch das Medium ihre Form und Amplitude beibehält.

1.7.2 Kugelwellenfeld

Die meisten technischen und natürlichen Schallquellen emittieren Kugelwellen. Zweckmäßig ist es, zur Beschreibung dieser Wellenfelder in Kugelkoordinaten überzugehen. Für die Entfernung des Aufpunktes von der Quelle steht der Radius r der Kugelwelle. Weiterhin verwendet man den Azimutwinkel ϕ („Längengrad“) und den Deklinationswinkel ϑ („Breitengrad“). Sehr einfach ist die Wellengleichung bei Kugelsymmetrie zu handhaben, da nur die Koordinate r Veränderungen unterliegt (siehe 2.3.2):

$$\Delta \Phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (\Phi r)}{\partial r^2}, \quad [1-59]$$

$$\frac{\partial^2 (\Phi r)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\Phi r)}{\partial t^2}. \quad [1-60]$$

In der Kugelwelle sind die sich ausbreitenden Wellenfronten Kugelschalen, die sich mit zunehmendem Abstand von der Quelle quasiebenen Flächen, d.h. für ein betrachtetes Flächenelement ebenen Wellenflächen, nähern. Eine dadurch mögliche Vereinfachung der Rechnung hängt von der Erfüllung der Bedingung:

Wellenlänge $\lambda < r$

ab.

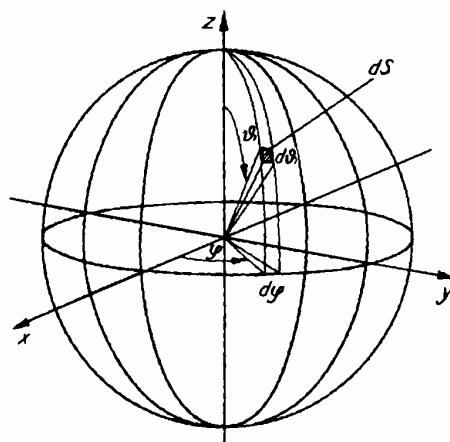


Abbildung 1-3 : Kugelkoordinaten

Schalldruck p und Schnelle v sind in der Kugelwelle im Nahfeld der Quelle phasenverschoben. Das hat zur Folge, dass auch beim Wellenwiderstand Z Real- und Imaginärteil in Erscheinung treten (siehe 2.3.2).

1.7.3 Zylinderwellenfeld

Zylinderwellenfelder werden von stabförmigen Strahlern, von der Oberfläche von Zylindern u.Ä. emittiert. Sie breiten sich im Inneren kreisrunder Rohre aus. Im Freien sind sie in der Umgebung bewegter Schallquellen (Fahrzeugströme auf hoch frequentierten Verkehrswegen bzw. lange Züge auf einer Bahntrasse) zu beobachten.

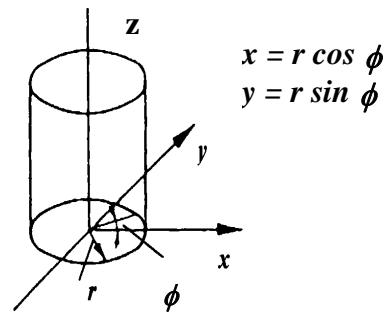


Abbildung 1-4 : Zylinderkoordinaten

Die Wellengleichung wird in Zylinderkoordinaten geschrieben:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t^2} \quad [1-61]$$

Hier ist r der radiale Abstand von der Symmetriearchse des Zylinders. Die Lösung der Differenzialgleichung gelingt mit einem Produktansatz. Sie enthält eine Hankelfunktion 1. Ordnung. Aus der Lösung ist erkennbar, dass ein Zylinderwellenfeld aus divergierenden und konvergierenden Wellen sowie aus stehenden Wellen in Richtung α aufgebaut ist (Näheres siehe 2.3.3 und 5.2.2.2). Eine ungestörte Ausbreitung von Zylinderwellen in Rohren ist nur für $kr = 2\pi r \cdot fc^{-1} < 1,84$ möglich. Alle anderen Frequenzen haben Querresonanzen (stehende Querwellen) und damit Energieverlust zur Folge (vgl. 5.2).

Der schwingende Zylinder strahlt nur für den Fall $k^2 = k_r^2 + k_z^2 > k_z^2$ Schallleistung ins Fernfeld ab. Bei $k^2 < k_z^2$ entsteht kein Fernfeld. Für $k^2 \gg k_z^2$ steigt die abgestrahlte Schallleistung mit der 3. Potenz der Frequenz an (Näheres siehe Kapitel 2).

1.7.4 Nahfeld, Fernfeld

Nahfeld und Fernfeld einer Schallquelle sind nur im Zusammenhang mit dem Verhältnis des Abstandes r des Aufpunktes von der Schallquelle zur Wellenlänge λ der Schallsignale zu sehen.

Im Fernfeld gilt: $r > \lambda$.

Im Nahfeld gilt: $r < \lambda$.

Nahfeldverhältnisse sind gekennzeichnet durch einen hohen Anteil akustischer Blindleistung und eine nur geringe Wirkschallleistung bzw. Intensität im Quellbereich. Ursache ist für $r \ll \lambda$ eine Phasenverschiebung zwischen Druck und Schnelle von 90° . Dem Nahfeld folgt das freie Schallfeld (Direktschallfeld), in welchem der Schalldruckpegel z.B. bei einer Kugelwelle (siehe 2.3.2) infolge $\tilde{p}^2 \sim r^{-2}$ mit 6 dB pro Entfernungsverdoppelung abnimmt.

1.7.5 Diffuses Schallfeld

Das diffuse Feld, auch Hallfeld genannt, ist ein Modellschallfeld wie das der ebenen und der Kugelwelle, welches aber bei Gültigkeit idealisierender Annahmen eher praxisbezogene Rechnungen erlaubt. Diffuse Schallfelder kommen in Räumen mit hinreichend reflektierenden Raumbegrenzungsflächen vor. Man geht davon aus, dass in jedem Raumtpunkt alle Schallausbreitungsrichtungen gleichermaßen am Energietransport beteiligt sind.

Diffuse Schallfelder entstehen immer dann, wenn durch die in einen Raum eingespeisten Schallsignale (Frequenzgemisch) ausreichend viele Eigenmoden des Raumes angeregt werden. Sie bieten gute Voraussetzungen für akustische Präzisionsmessungen (Hallräume). Näheres siehe 5.1.7 bis 5.1.13.

1.7.6 Reflexion

Reflexion kann als Spiegelung (Rückwurf) von akustischen Wellen verstanden werden. Schallwellen werden immer dann reflektiert, wenn sie auf eine Grenzfläche mit Eigenschaften (Impedanzen) auftreffen, welche von den bisherigen sinnfällig abweichen. Wie auch in der Optik ist der Einfallswinkel der Wellenfronten für den weiteren Ausbreitungsweg maßgeblich. Voraussetzen ist, dass für eine Reflexion von Schallwellen die Grenzfläche größer sein muss als die Wellenlänge λ .

1.7.7 Interferenz

Interferenzen sind häufig bei der Überlagerung von Schallwellen zu beobachten, die sich in gleicher Richtung ausbreiten und deren Quelle identisch ist (kohärente

Signale). Das kann gegeben sein, wenn eine Direktschallwelle mit einer am Boden reflektierten Welle in Wechselwirkung tritt. Die Amplitude der resultierenden Welle ist von der Phasendifferenz der interferierenden Wellenzüge abhängig. Sie entspricht den vorzeichenbehaftet addierten Amplituden der beiden Wellen.

Die Wellen löschen sich aus bei einer Wegdifferenz von

$$\Delta x = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 3, 5, \dots). \quad [1-62]$$

Sie addieren sich bei

$$\Delta x = n \cdot \lambda \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad [1-63]$$

Interferenzen führen zu erheblichen örtlichen Schwankungen des Schalldruckes und zu Abweichungen von der nach der Theorie zu erwartenden Abnahme des Schalldruckes mit der Entfernung.

1.7.8 Stehende Wellen

Zur Ausbildung stehender Wellen kommt es, wenn zwei Wellenfronten mit gleicher Amplitude und gleicher Frequenz einander entgegenlaufen. Das ist z.B. der Fall bei der totalen Reflexion an schallharten bzw. schallweichen Grenzflächen. Stehende Wellen sind bei Schwingungen auf Saiten, in elastischen Strukturen und in Räumen zu beobachten. Zu den Merkmalen der stehenden Welle gehört es, dass sich bei der Überlagerung der Wellenzüge ortsfeste Maxima und Minima des Druckes bzw. der Schnelle ausbilden. Die räumliche Periodizität im eindimensionalen Fall beträgt $\lambda/2$. Der Wellenwiderstand der stehenden Welle (Feldimpedanz) ist imaginär und folgt einer Kotangensfunktion. Das hat zur Folge, dass in der stehenden Welle kein Energietransport erfolgt. Räume, in denen sich stehende Wellen ausbilden, sind für akustische Messungen nicht bzw. schlecht geeignet. Die Gefahr der Ausbildung stehender Wellen ist bereits vorhanden, wenn die Raumabmessungen in die Nähe von $\lambda/4$ kommen. Maxima des Schalldruckes liegen in einer Raumrichtung an den Orten

$$x = \frac{n}{2} \cdot \lambda, \quad [1-64]$$

wobei x der Abstand von der reflektierenden Grenzfläche ist. Die Minima sind bei

$$x = \frac{2n+1}{4} \cdot \lambda \quad [1-65]$$

zu suchen ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Ist die Anregung des Raumes breitbandig, so sind stehende Wellen nur in unmittelbarer Nähe der reflektierenden Wandflächen zu erwarten (weiter siehe 5.1.2).

2 Wellengleichung und elementare Lösungen

Aufbauend auf dem vorangegangenen Abschnitt zu den Begriffen und Größen des Schallfeldes werden im Folgenden die physikalischen Grundgleichungen des Schallfeldes, eingeschlossen die Wellengleichung mit ihren Lösungen und den zugehörigen Wellenformen, behandelt.

Die mathematische Beziehung zur räumlichen und zeitlichen Beschreibung einer Schallwelle ist die Wellengleichung mit ihren Lösungen. Die Wellengleichung wird dabei für die relevanten Größen des Schallfeldes dargestellt, und zwar für die skalaren Größen Schalldruck, Dichteschwankung und Schallschnellepotenzial sowie für die vektorielle Größe Schallschnelle. Diese Feldgrößen ergeben sich für ein konkretes praktisches Schallfeld aus der Integration der Wellengleichung unter Berücksichti-

gung der Rand- und Anfangsbedingungen (bzw. aus den Messungen der Größen in ihrer räumlichen und zeitlichen Abhängigkeit).

Die Ausbreitung der Schallwellen ist an die Existenz eines elastischen Mediums (hier: eines Fluids) gebunden. Dieses wird als homogen, isotrop, ohne mittlere Strömung und ohne turbulente Schwankungsgeschwindigkeiten, mit NEWTON'schem Fließverhalten und mit zeitinvarianten Materialeigenschaften vorausgesetzt.

Es werden sowohl die üblichen Differenzialoperatoren der Vektoranalysis (grad, div, rot, LAPLACE-Operator) als auch Darstellungen in der Komponenten- bzw. Indexschreibweise (mit Summenkonvention) verwendet.

2.1 Grundgleichungen

Größe, Begriff	siehe Abschnitt
Bewegungsgleichung	2.1.1
Kontinuitätsgleichung	2.1.2
Zustandsgleichung	2.1.3
Isentrope Zustandsänderung	2.1.3

2.1.1 Bewegungsgleichung

Die Wellengleichung folgt aus den Feldgleichungen für bewegte Fluide, das heißt aus der Bewegungsgleichung und der Kontinuitätsgleichung der Fluidmechanik sowie aus der Zustandsgleichung der Thermodynamik, jeweils unter den Voraussetzungen der linearen Akustik.

Bei Anwendung des zweiten NEWTON'schen Axioms (Bewegungsgleichung der Mechanik)

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad [2-1]$$

auf ein Fluidteilchen ergibt sich für den Bereich der linearen Akustik (Vernachlässigung der konvektiven Beschleunigung als Glied zweiter Größenordnung) sowie für reibungsfreie Schallvorgänge die dreidimensionale Bewegungsgleichung in der folgenden Form (das ist die dreidimensionale, reibungsfreie, linearisierte Bewegungsgleichung, ein Spezialfall der EULERschen Gleichung):

$$a) \quad \rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad [2-2]$$

in Komponenten- bzw. Indexschreibweise (mit Summenkonvention, $i = x, y, z$),

$$b) \quad \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \text{grad } p \quad [2-3]$$

in Vektorschreibweise mit:

$$\text{grad } p = \left(\vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) p \quad [2-4]$$

$$c) \quad j \omega \rho_0 v_i = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad [2-5]$$

in der Schreibweise mit komplexen Amplituden bei harmonischen Komponenten, wobei außerdem eindimensionale Schallausbreitung in x -Richtung vorausgesetzt wird.

2.1.2 Kontinuitätsgleichung

An einem ortsfesten Kontrollraum im Fluid wird die Massstrombilanz (Mascherhaltungssatz) aufgestellt, d.h. die Differenz zwischen den ausströmenden und einströmenden Massen an der Kontrollraumoberfläche muss gleich der zeitlichen Änderung der Masse im Inneren des Kontrollraumes sein. Daraus ergibt sich für den dreidimensionalen Fall mit der Voraussetzung, dass die akustische Dichteänderung ρ sehr klein gegenüber der mittleren Fliddichte ρ_0 (Umgebungsichte) ist und dass ρ_0 ortsunabhängig ist, die Kontinuitätsgleichung in der folgenden Form (das ist die Masse-Kontinuitätsgleichung für den dreidimensionalen, instationären, kompressiblen Fall bei kleinen Dichteschwankungen):

$$a) \quad \rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad [2-6]$$

in Komponenten- bzw. Indexschreibweise (mit Summenkonvention, $i = x, y, z$),

$$b) \quad \rho_0 \text{div } \vec{v} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad [2-7]$$

in Vektorschreibweise mit:

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad [2-8]$$

$$c) \quad \rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = -j\omega \rho \quad [2-9]$$

in der Schreibweise mit komplexen Amplituden bei harmonischen Komponenten.

2.1.3 Zustandsgleichung

Bei isentropen und adiabaten Zustandsänderungen gilt:

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{konst.}, \quad [2-10]$$

d.h. es ergibt sich der allgemeine Zusammenhang zwischen Druck und Dichte $p(\rho)$ für akustische Vorgänge in einem Fluid zu:

2.2 Wellengleichung

Größe, Begriff	siehe Abschnitt
Wellengleichung für den Schalldruck	2.2.1
Wellengleichung für die Dichteschwankungen	2.2.1
Wellengleichung für die Schallschnelle	2.2.1
Wellengleichung für das Schallschnellepotenzial	2.2.1
Wellengleichung in HELMHOLTZ'scher Form	2.2.2

2.2.1 Allgemeine Form der Wellengleichung für Schallfeldgrößen

Aus den oben aufgeführten drei Grundgleichungen folgt die Wellengleichung für den Schalldruck:

$$\sum_i \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad [2-12]$$

bzw.

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad [2-13]$$

mit dem LAPLACE-Operator

$$\Delta = \sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad [2-14]$$

Analog dazu ergeben sich die Wellengleichungen für die anderen Schallfeldgrößen:

Wellengleichung für die Dichteschwankungen:

$$\sum_i \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = 0 \quad [2-15]$$

bzw.

$$\frac{dp}{d\rho} = c_0^2 = \kappa \frac{p_0}{\rho_0} \quad [2-11]$$

kleine, akustische
Schwankungsgrößen

Gleichung [2-11] ist die dritte Grundgleichung des Schallfeldes, die akustische Form der Zustandsgleichung mit:

c_0 Schallgeschwindigkeit im Fluid, (Index 0: Umgebungsbedingungen),

p_0, ρ_0 mittlerer Druck bzw. mittlere Dichte in der Umgebung.

Die Zustandsgleichung ermöglicht die direkte Umrechnung zwischen den Druck- und den Dichteänderungen im Schallfeld.

siehe Abschnitt

2.2.1

2.2.1

2.2.1

2.2.1

2.2.2

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad [2-16]$$

Wellengleichung für die Schallschnelle:

$$\sum_j \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} = 0 \quad [2-17]$$

bzw.

$$\Delta \vec{v} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = 0 \quad [2-18]$$

Dabei wird bei der Ableitung $\operatorname{rot} \vec{v} = 0$ gesetzt, d.h. Schallfelder sind wirbelfrei.

Wellengleichung für das Schallschnellepotenzial:

$$\sum_i \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad [2-19]$$

bzw.

$$\Delta \Phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad [2-20]$$

Die dargestellten Formen der (homogenen) Wellengleichung beschreiben das Raum-Zeit-Verhalten der Feldgrößen, z.B. des Schalldruckes, in einem Fluid mit Schall-

vorgängen. Dabei wird nur das Feld der Schallausbreitung eingeschlossen, nicht das Gebiet der Schallerzeugung.

Zusammengefasst sind folgende Voraussetzungen bei der Ableitung der aufgeführten Formen der Wellengleichungen gemacht worden:

- dreidimensionales Schallfeld,
- isentrope Zustandsänderung,
- reibungsfreie und wirbelfreie Fluidbewegungen,
- kleine Schwankungsgrößen,
- „ruhende“ Fluide, keine mittlere Strömung,
- keine Quellen, keine äußeren Kräfte.

2.2.2 Wellengleichung in HELMHOLTZ'scher Form

Wird z.B. für die Schalldruck-Wellengleichung der Druck-Zeit-Verlauf in der Form harmonischer Funktionen (sinus-, cosinusförmig) angenommen

$$\begin{aligned} p(t) &= \hat{p} \cos(\omega t + \varphi) \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \hat{p} e^{j(\omega t + \varphi)} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{p} e^{j\omega t} \right\} \end{aligned} \quad [2-21]$$

so kann die Wellengleichung in der HELMHOLTZ'schen Form dargestellt werden:

$$\Delta \underline{p} + k_0^2 \underline{p} = 0 \quad [2-22]$$

bzw.

$$(\Delta + k_0^2) \underline{p} = 0, \quad [2-23]$$

mit k_0 = Wellenzahl:

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi f}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad [2-24]$$

2.3 Elementare Lösungen

Tabelle 2-1: Übersicht elementare Lösungen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Energiedichte	w	$\text{Ws/m}^3 = \text{N/m}^2$	2.3.1.2
Schalldruck	p	$\text{Pa} = \text{N/m}^2$	2.3.1, 2.3.2, 2.3.3
Schalldruckpegel	L, L_p	dB	2.3.2.2, 2.3.3.2
Schallintensität	I, J	$\text{W/m}^2 = \text{N/(ms)}$	2.3.1.2, 2.3.2.2, 2.3.3.2
Schallkennimpedanz	Z	$\text{Ns/m}^3 = \text{Pa s / m} = \text{kg / (m}^2\text{s)}$	2.3.1.2, 2.3.2.2, 2.3.3.2
Schalleistung	P	$\text{W} = \text{Nm / s}$	2.3.2.2
Schallschnelle	v	m/s	2.3.1, 2.3.2, 2.3.3
Schnellepotenzial	Φ	m^2/s	2.3.1.1, 2.3.2.1, 2.3.3.1
Wellenzahl	k	m^{-1}	2.3.1, 2.3.2, 2.3.3

Eine Unterscheidung zwischen verschiedenen Wellenformen kann bezüglich der Form ihrer Phasenflächen vorgenommen werden. Die wichtigsten Spezialfälle sind ebene Welle, Zylinderwelle und Kugelwelle.

Umrechnungsmöglichkeiten zwischen den Feldgrößen:

(nützlich z.B. für den Fall, dass die Lösung der Wellengleichung für eine Feldgröße vorliegt)

- zwischen Schalldruck und Schallschnelle (folgt aus der Bewegungsgleichung, siehe [2-3]):

$$\underline{v}_i = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial \underline{p}}{\partial x_i}; \quad [2-25]$$

- zwischen Schalldruck und akustischer Dichteschwankung (folgt aus der Zustandsgleichung [2-11]):

$$\underline{\rho} = \frac{\underline{p}}{c_0^2}; \quad [2-26]$$

- zwischen Schallschnelle und Schallschnellepotenzial (folgt aus der Definition der Schallschnelle-Potenzialfunktion, siehe [1-9]):

$$\underline{v}_i = \frac{\partial \underline{\Phi}}{\partial x_i} \quad [2-27]$$

bzw.

$$\vec{v} = \operatorname{grad} \underline{\Phi}; \quad [2-28]$$

- zwischen Schalldruck und Schallschnellepotenzial (folgt aus der Definitionsbeziehung für das Schallschnellepotenzial und aus der Bewegungsgleichung, siehe [1-10]):

$$\underline{p} = -j\omega\rho_0 \underline{\Phi}. \quad [2-29]$$

2.3.1 Ebene Schallwellen

2.3.1.1 Lösung der Wellengleichung und Definition der ebenen Welle

Die allgemeine Lösung der Wellengleichung für das Schnellepotenzial lautet im Falle einer Dimension x :

$$\underline{\Phi}(x,t) = \underline{\Phi}_+(\omega t - kx) + \underline{\Phi}_-(\omega t + kx). \quad [2-30]$$

$\underline{\Phi}_+$ beschreibt die Wellenausbreitung in positive und $\underline{\Phi}_-$ in negative x -Richtung. Unter der Annahme harmonischer Wellen erhält man für die Ausbreitung in positive x -Richtung aus der Wellengleichung in HELMHOLTZ'-scher Form (siehe 2.2.2):

$$\underline{\Phi}(x) = \underline{\Phi}_+ e^{-jkx}. \quad [2-31]$$

In gleicher Weise lassen sich auch der Schalldruck \underline{p} und die Schallschnelle \underline{v} darstellen (vgl. 2.2.2):

$$\underline{p}_+ = -j\omega \rho_0 \underline{\Phi}_+, \quad [2-32]$$

$$\underline{v}_+ = -jk \underline{\Phi}_+ = \frac{\underline{p}_+}{\rho_0 c_0}. \quad [2-33]$$

Die Phasenflächen werden durch Ebenen $kx - \omega t = \text{const.}$ beschrieben. Für feste Zeiten t erhält man parallele Ebenen $x = \text{const.}$ senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

Im dreidimensionalen Fall gibt der Wellenzahlvektor \vec{k} die Ausbreitungsrichtung der Welle an. In obigen Formeln ist dann kx durch $\vec{k}\vec{r}$ zu ersetzen, die Schallschnelle ist \vec{v}_+ .

2.3.1.2 Kenngrößen zur Beschreibung von Wellen

- *Schallkennimpedanz*

Die Schallimpedanz \underline{Z} ist der Quotient aus den komplexen Amplituden von Schalldruck und Schallschnelle (siehe 1.7.1 [1-53]). Im Falle einer sich frei ausbreitenden ebenen Welle erhält man die Schallkennimpedanz Z_0 :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{p}(x)}{\underline{v}(x)} = \rho_0 c_0 = Z_0. \quad [2-34]$$

Die Schallkennimpedanz ist also eine reelle Konstante, welche von den Eigenschaften des Mediums abhängt (siehe 1.3.8).

- *Schallintensität und Schallenergiedichte*

Die Schallintensität \underline{I} ist eine Vektorgröße. Ihre Richtung gibt die Richtung des Energietransportes an und ist somit parallel zur Wellenzahl \vec{k} . Der Betrag kann aus den Effektivwerten von Schalldruck und Schallschnelle berechnet werden

$$I = \tilde{p} \tilde{v} = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0} = Z_0 \tilde{v}^2, \quad [2-35]$$

da in der ebenen Welle keine Phasenverschiebung zwischen Druck und Schnelle vorliegt (vgl. [1-21]).

Für die ebene Welle kann die Schallintensität in folgender Weise durch die mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0 (bei Dispersion c_{gr} , siehe 1.2.3) transportierte Energiedichte w dargestellt werden:

$$I = w c_0. \quad [2-36]$$

I entspricht somit der Energiedensität. Die Energiedichte w setzt sich zu gleichen Teilen aus der Dichte der mittleren potenziellen und der mittleren kinetischen Energie zusammen.

2.3.2 Kugelwellen

2.3.2.1 Lösung der Wellengleichung und Definition der Kugelwelle

Als Kugelwellen 0. Ordnung bezeichnet man Wellen, deren Phasenflächen die Gestalt konzentrischer Kugeln um eine Quellverteilung annehmen. Eine solche Quellverteilung kann eine Punktquelle oder eine andere, isotrop Schall abstrahlende Quelle („atmende“ Kugel) in einem homogenen, isotropen Medium sein. Das Schallfeld realer Schallquellen lässt sich in vielen Fällen in ausreichend großem Abstand von der Quelle näherungsweise als Kugelwelle betrachten.

Mit der Annahme, dass die Feldgrößen nicht von den Winkelkoordinaten abhängen (keine gerichtete Schallabstrahlung), erhält man die Helmholtzgleichung (siehe [2-22] und [2-29] sowie 1.7.2) in der Form

$$\frac{\partial[\underline{\Phi}(r)r]}{\partial r^2} + k^2[\underline{\Phi}(r)r] = 0. \quad [2-37]$$

Die Lösungen dieser Gleichung sind divergierende Kugelwellen

$$\underline{\Phi}(r) = \frac{B_0}{r} e^{-jkr}, \quad [2-38]$$

wobei B_0 eine (i.A. komplexe) Integrationskonstante ist, welche von der Quellstärke abhängt (vgl. [3-38] - [3-40]). Für Schalldruck und Schallschnelle folgt daraus mit [2-29] bzw. [2-28]:

$$\begin{aligned} \underline{p}(r) &= \frac{-j\omega \rho_0 B_0}{r} e^{-jkr} \\ &= \frac{\underline{p}_+}{kr} e^{-jkr}, \end{aligned} \quad [2-39]$$

$$\begin{aligned} \underline{v}(r) &= -\frac{jk B_0}{r} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) e^{-jkr} \\ &= \frac{\underline{p}_+}{Z_0 kr} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) e^{-jkr}. \end{aligned} \quad [2-40]$$

Z_0 ist die Schallkennimpedanz nach 1.3.8 und 2.3.1.2. Es folgt $p(r) \propto r^{-1}$. Für die Schallschnelle gilt im Fernfeld ($kr \gg 1$) näherungsweise $v(r) \propto r^{-1}$, im Nahfeld ($kr \ll 1$) dagegen $v(r) \propto r^{-2}$.

Als Kugelwellen 1. Ordnung bzw. zonale Kugelwellen bezeichnet man Wellen, bei denen die Feldgrößen außer von r auch von ϑ abhängen. Derartige Schallfelder werden z.B. durch eine oszillierende Kugel oder einen Dipol erzeugt.

2.3.2.2 Kenngrößen zur Beschreibung der Kugelwellen 0. Ordnung:

- *Schallimpedanz*

Analog zu 2.3.1.2 folgt für die Impedanz:

$$\underline{Z} = Z_0 \frac{jk r}{1 + jkr} . \quad [2-41]$$

Für das Fernfeld erhält man $\underline{Z} \approx Z_0$, d.h. die Schallimpedanz einer ebenen Welle. Im entgegengesetzten Fall des Nahfeldes folgt $\underline{Z} \approx j Z_0 kr$. Die Schallimpedanz wird rein imaginär, d.h. Schalldruck und Schallschnelle sind zueinander 90° phasenverschoben.

- *Schallintensität und Schalleistung*

Im Falle komplexer harmonischer Größen können zeitliche Mittelwerte von Produkten $a = bc$ mittels:

$$\bar{a}^t = \overline{b \cdot c}^t = \frac{\operatorname{Re} \{ \underline{b} \cdot \underline{c}^* \}}{2} \quad [2-42]$$

berechnet werden. Daraus folgt für die Intensität der Kugelwelle

$$\begin{aligned} I &= \overline{p v}^t = \frac{|\underline{B}_0|^2 Z_0 k^2}{2r^2} \\ &= \frac{p_+^2}{2Z_0(kr)^2} = \tilde{p} \cdot \tilde{v} \cdot \cos \varphi . \end{aligned} \quad [2-43]$$

\tilde{p} , \tilde{v} und die Phasendifferenz φ können aus $\underline{p}(r)$ und $\underline{v}(r)$ (siehe 2.3.2.1) in analoger Weise berechnet werden. Die Integration über eine Kugelfläche ergibt die Schalleistung der das Schallfeld erzeugenden Quelle, die ins Fernfeld abgestrahlt wird:

$$P = 2\pi |\underline{B}_0|^2 Z_0 k^2 = \frac{\pi \tilde{q}^2 Z_0}{\lambda^2} , \quad [2-44]$$

wobei \tilde{q} der Effektivwert des Schallflusses

$$\underline{q} = \oint \bar{v} d\bar{S} = \underline{v}_a 4\pi a^2 \quad [2-45]$$

(vgl. auch 1.5.1) an der Oberfläche einer „atmenden“ kugelförmigen Quelle (Radius a) mit der Schnelle $\underline{v}_a = \underline{v}(r=a)$ ist.

- *Schalldruckpegel im Fernfeld*

Mit [2-39] folgt aus [1-7]:

$$L(r_1) - L(r_2) = 10 \cdot \lg \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \text{ dB} .$$

Je Abstandsverdoppelung von der Quelle nimmt der Schalldruckpegel um 6 dB ab. Die gleiche Aussage erhält man auch aus 1.4.2 mit $I \propto r^{-2}$.

2.3.3 Zylinderwellen

2.3.3.1 Lösung der Wellengleichung und Definition der Zylinderwelle:

Als Zylinderwellen bezeichnet man Wellen, deren Phasenflächen die Gestalt konzentrischer Zylinder um eine gerade, linienförmige Quellverteilung annehmen. Die Schallfelder realer stabförmiger Schallquellen der Länge l lassen sich in vielen Fällen für Abstände $r \ll l$ näherungsweise als Zylinderwellen betrachten.

Mit der Annahme, dass die Feldgrößen nicht von der Winkelkoordinate φ und von z abhängen (unendlich lange, homogene Quelle: radialsymmetrisches Schallfeld), erhält man für die Helmholtzgleichung (siehe [2-22] und [2-29] sowie 1.7.3):

$$\frac{\partial^2 \underline{\Phi}(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{\Phi}(r)}{\partial r} + k^2 \underline{\Phi}(r) = 0 . \quad [2-46]$$

Die Lösung dieser Gleichung kann in der Form

$$\underline{\Phi}(r) = \underline{F}_1 \underline{H}_m^{(2)}(kr) + \underline{F}_2 \underline{H}_m^{(1)}(kr) \quad [2-47]$$

angegeben werden, wobei $\underline{H}_m^{(1)}$ und $\underline{H}_m^{(2)}$ die Hankelschen Funktionen 1. und 2. Art in m -ter Ordnung und \underline{F}_1 bzw. \underline{F}_2 Integrationskonstanten sind. Für radialsymmetrische Schallfelder $\underline{\Phi}(r)$ folgt $m = 0$.

- *Spezialfälle:*

Im Fernfeld gilt näherungsweise:

$$\begin{aligned} \underline{H}_m^{(2)}(kr) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-j\left(kr - \frac{m+0.5}{2}\pi\right)} \\ \underline{H}_m^{(1)}(kr) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{+j\left(kr - \frac{m+0.5}{2}\pi\right)} . \end{aligned} \quad [2-48]$$

$\underline{H}_m^{(2)}$ beschreibt also eine von $r = 0$ divergierende Welle. In diesem Fall folgt mit $\underline{H}_0^{(2)}$ und [2-29] bzw. [2-28]:

$$\begin{aligned} \underline{\Phi}(r) &\approx \underline{F}_1 \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-j\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)} , \\ \underline{p}(r) &\approx -jkZ_0 \cdot \underline{F}_1 \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-j\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)} , \\ \underline{v}(r) &\approx -jk \cdot \underline{F}_1 \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \left(1 - \frac{j}{2kr}\right) e^{-j\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)} . \end{aligned} \quad [2-49]$$

Im Nahfeld dagegen gilt:

$$\underline{H}_0^{(2)} \approx 1 + j \frac{2}{\pi} \ln \frac{1.123}{kr} ,$$

$$\underline{p}(r) \approx -jk Z_0 \underline{E}_1 \left(1 + j \frac{2}{\pi} \ln \frac{1,123}{kr} \right), \quad [2-50]$$

$$\underline{v}(r) \approx -j \underline{F}_1 \frac{2}{\pi} \frac{1}{r}.$$

Daraus folgt für die Integrationskonstante \underline{E}_1

$$\underline{E}_1 = j \frac{\pi}{2} \underline{v}_a a = \frac{j}{4} q', \quad [2-51]$$

wobei a der Radius einer „atmenden“ zylinderförmigen Quelle, \underline{v}_a die Schnelle an deren Oberfläche und $q' = 2\pi \underline{v}_a a = q / l$ der zugehörige längenbezogene Schallfluss (vgl. 1.3.5 und 1.5.1) sind.

2.3.3.2 Kenngrößen zur Beschreibung der Zylinderwellen:

- *Schallimpedanz*

Für die Schallimpedanz im Fernfeld folgt:

$$\underline{Z} \approx \frac{Z_0}{1 - \frac{j}{2kr}}, \quad [2-52]$$

d.h. $\underline{Z} \approx Z_0$ für $kr \rightarrow \infty$.

Im Nahfeld gilt :

$$\underline{Z} \approx Z_0 kr \left(\frac{\pi}{2} + j \ln \frac{1,123}{kr} \right). \quad [2-53]$$

- *Schallintensität*

Die Intensität verhält sich im Fernfeld wie $I \propto r^{-1}$.

- *Schalldruckpegel im Fernfeld*

Im Fernfeld einer Zylinderquelle folgt aus [1-7] mit [2-49]:

$$L(r_1) - L(r_2) = 10 \lg \frac{r_2}{r_1} \text{ dB}.$$

Je Abstandsverdoppelung von der Quelle nimmt der Schalldruckpegel um 3 dB ab. Die gleiche Aussage erhält man auch aus 1.4.2 mit $I \propto r^{-1}$.

3 Schallabstrahlung und Schallquellen

3.1 Kenngrößen der Schallabstrahlung

Tabelle 3-1: Übersicht Kenngrößen der Schallabstrahlung

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Richtfaktor, Richtungsfaktor	Γ	-	3.1.1
Richtgrad, Richtungsgrad	Γ^2	-	3.1.1
Richtmaß, Richtungsmaß	D	dB	3.1.1
Richtabweichungsfaktor, statistischer Richtfaktor	Γ^*, Γ_s	-	3.1.1
Richtabweichungsgrad	Γ^{*2}, Γ_s^*	-	3.1.1
Richtabweichungsmaß, Richtwirkungsmaß	G	dB	3.1.1
Bündelungsgrad	γ	-	3.1.2
Bündelungsmaß	d	dB	3.1.2
Schallstrahlungsimpedanz	Z_r		
- akustische	$Z_{r,a}$	Pa s m^{-3}	3.1.3
- spezifische	$Z_{r,s}$	Pa s m^{-1}	3.1.3
- mechanische	$Z_{r,m}$	N s m^{-1}	3.1.3
Abstrahlgrad	σ	-	3.1.4
Abstrahlmaß	L_σ	dB	3.1.4
Richtcharakteristik	-	-	3.1.5

3.1.1 Richtungsfaktor Γ , Richtungsmaß D

- Richtungsfaktor (oft auch Richtfaktor):

$$\underline{\Gamma} = \frac{\underline{p}(\varphi, \vartheta)}{\underline{p}(\varphi_0, \vartheta_0)} \quad [3-1]$$

für $r = \text{konst.}$

Der Richtfaktor eines Schallstrahlers ist das Verhältnis der komplexen Amplitude des Fernfeldschalldruckes unter einem bestimmten Winkel (gegen die Bezugsrichtung des Schallstrahlers) und in einem bestimmten Abstand von der Schallquelle zur entsprechenden Schalldruckamplitude in der Bezugsrichtung bei demselben Aufpunktabstand.

Als Bezugsrichtung wird in der Regel eine geometrische Symmetriearchse des Strahlers bzw. die Richtung maximaler Schallabstrahlung (die häufig mit der Symmetriearchse zusammenfällt) gewählt.

Meist wird der Richtungsfaktor aus:

$$\Gamma = \frac{\tilde{p}(\varphi, \vartheta)}{\tilde{p}_{\max}(\varphi_0, \vartheta_0)} \quad [3-2]$$

berechnet.

Zum Beispiel ist für eine in alle Raumrichtungen gleichförmige Schallabstrahlung (Kugelstrahler nullter Ordnung) der Richtungsfaktor

$$\Gamma = 1,$$

für die achtförmige Abstrahlcharakteristik des Kugelstrahlers erster Ordnung (Dipol) gilt:

$$\Gamma = \cos \vartheta;$$

der Richtungsfaktor bei kardioidförmiger Schallabstrahlung beträgt

$$\Gamma = \frac{1 + \cos \vartheta}{2}.$$

- Richtgrad, Richtungsgrad:

$$\Gamma^2.$$

- Richtmaß, Richtungsmaß:

$$D = 10 \lg |\underline{\Gamma}|^2 \text{ dB} \quad [3-3]$$

Das Richtmaß ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Quadrates des Betrages des Richtungsfaktors. Meist wird er aus

$$D = 20 \lg \frac{\tilde{p}(\varphi, \vartheta)}{\tilde{p}_{\max}(\varphi_0, \vartheta_0)} \text{dB} \quad [3-4]$$

berechnet.

- Richtabweichungsfaktor, statistischer Richtungsfaktor:

$$\Gamma^*, \Gamma_s$$

Der Richtabweichungsfaktor eines Schallstrahlers ist das Verhältnis der komplexen Amplitude des Fernfeldschalldruckes unter einem bestimmten Winkel gegen die Bezugsachse des Schallstrahlers und in einem bestimmten Abstand von der Schallquelle zur entsprechenden komplexen Schalldruckamplitude, den eine ungerichtet strahlende Schallquelle (Kugelstrahler nullter Ordnung) gleicher Schallleistung bei gleichem Abstand der Aufpunkte vom Schallstrahler erzeugen würde. Er ist also auch das Verhältnis des Schalldruckes in einer bestimmten Richtung zum Mittelwert des Schalldruckes über alle Abstrahlrichtungen, bei jeweils gleichem Aufpunktabstand. Meist wird er aus

$$\Gamma^* = \frac{\tilde{p}(\varphi, \vartheta)}{\sqrt{\tilde{p}^2(\varphi, \vartheta)}} \quad [3-5]$$

berechnet.

- Richtabweichungsgrad:

$$\Gamma^{*2}.$$

- Richtabweichungsmaß, Richtwirkungsmaß:

$$G = 20 \lg \Gamma^* \text{dB} \quad [3-6]$$

Das Richtabweichungsmaß ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Quadrates des Richtabweichungsfaktors.

3.1.2 Bündelungsgrad γ

Bündelungsgrad:

$$\gamma = \frac{P_{\text{Kugel, mit } \tilde{p}_{\max}}}{P_{\text{realer Strahler}}} \quad [3-7]$$

Der Bündelungsgrad ist das Verhältnis der Schallleistung eines fiktiven Kugelstrahlers nullter Ordnung, dessen allseitig gleicher Schalldruck gleich dem maximal abgestrahlten Schalldruck des realen Strahlers ist, zur Schallleistung des realen Schallstrahlers. Der Bündelungsgrad ist damit der Kehrwert des über alle Raumrichtungen in einer Kugeloberfläche gemittelten Quadrates des Richtfaktors:

$$\gamma = \frac{\tilde{p}_{\max}^2}{\tilde{p}^2(\varphi, \vartheta)} = \frac{\Omega_{\text{ges}}}{\int \Gamma^2 d\Omega} \quad [3-8]$$

Für den Gesamtraumwinkel kann gesetzt werden: $\Omega_{\text{ges}} = 4\pi$ bzw. $\Omega_{\text{ges}} = 2\pi$. Bei Angaben aus der Literatur zum Bündelungsgrad ist deshalb diese Festlegung beson-

ders zu beachten. (Manche Autoren definieren auch grundsätzlich $\Omega_{\text{ges}} = 4\pi$, ohne dass sie berücksichtigen, ob die Quelle tatsächlich im praktischen Fall in den Halbraum oder in den Viertelraum abstrahlt.)

Der Bündelungsgrad ist auch gleich dem Verhältnis des Richtabweichungsgrades zum Richtungsgrad:

$$\gamma = \frac{\tilde{p}_{\max}^2}{\tilde{p}^2} = \frac{\Gamma^{*2}}{\Gamma^2} \quad [3-9]$$

Der Bündelungsgrad charakterisiert in einer Ein-Zahl-Angabe den Grad der Bündelung bzw. der Richtwirkung der abgestrahlten Schallleistung. Für den Bündelungsgrad gilt $\gamma \geq 1$.

Zum Beispiel ist für den Kugelstrahler nullter Ordnung $\gamma = 1$, für den Kugelstrahler erster Ordnung (Dipol) gilt $\gamma = 3$. Der Kugelstrahler zweiter Ordnung hat den Bündelungsgrad $\gamma = 5$ (longitudinaler Quadrupol) bzw. $\gamma = 15/4$ (lateraler Quadrupol).

Bündelungsmaß:

$$d = 10 \lg \gamma \text{ dB} \quad [3-10]$$

Das Bündelungsmaß ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Bündelungsgrades.

3.1.3 Schallstrahlungsimpedanz Z_r

Die Schallstrahlungsimpedanz kann durch eine Flussimpedanz $Z_{r,a}$, eine Feldimpedanz $Z_{r,s}$ oder durch eine mechanische Impedanz $Z_{r,m}$ beschrieben werden (siehe auch 1.3.7 bis 1.3.9):

$$Z_{r,a} = \frac{p}{q} \Big|_{\text{Strahler}} \quad [3-11]$$

akustische Strahlungsimpedanz,

$$Z_{r,s} = \frac{p}{v_n} \Big|_{\text{Strahler}} \quad [3-12]$$

spezifische Strahlungsimpedanz,

$$Z_{r,m} = \frac{F}{v_n} \Big|_{\text{Strahler}} \quad [3-13]$$

mechanische Strahlungsimpedanz.

Eine wechselseitige Umrechnung dieser Impedanzen ist mit Hilfe der wirksamen Oberfläche des Schallstrahlers möglich. Die Schallstrahlungsresistenz $\text{Re } Z_r$ bestimmt die ins Fernfeld abgestrahlte Schallleistung. ([1-33] und [1-34])

3.1.4 Abstrahlgrad σ

Der Abstrahlgrad ist das Verhältnis der Schallleistung, die von einer schwingenden Fläche S (mit dem räumlich gemittelten, quadrierten Effektivwert der Normalschnelle \tilde{v}^2) real abgestrahlt wird, zur fiktiven Schallleistung, die von derselben Fläche (mit demselben Mittelwert des

Schwinggeschwindigkeitsquadrats) konphas als ebene Welle abgestrahlt wird (Schallstrahlungsimpedanz = Schallkennimpedanz):

$$\sigma = \frac{P}{\rho c S \tilde{v}^2} , \quad [3-14]$$

bzw.

$$\sigma = \frac{\text{Re} \underline{Z}_{r,s}}{\rho c} . \quad [3-15]$$

Abstrahlmaß:

$$L_\sigma = 10 \lg \sigma \text{dB} . \quad [3-16]$$

3.2 Elementarstrahler

Größe, Begriff	siehe Abschnitt
Monopol	3.2.1
Dipol	3.2.2
Quadrupol	3.2.3
Multipol	3.2.4

Vom Monopol über den Dipol bis zum Multipol, vom Kugelstrahler nullter Ordnung über den Kugelstrahler erster Ordnung bis zum Kugelstrahler N -ter Ordnung, kann eine Folge von akustischen Strahlern mit ansteigender Ordnung aufgebaut werden:

	Kugelstrahler N -ter Ordnung	Multipol 2^N -ter Ordnung
Monopol	0	1
Dipol	1	2
Quadrupol	2	4
Octupol	3	8
usw.		

3.2.1 Kugelstrahler nullter Ordnung (Monopol)

Ein Kugelstrahler nullter Ordnung entspricht der Monopolquelle. Die Schallabstrahlung erfolgt entsprechend einer punktsymmetrischen Kugelwelle mit allseits gleicher Schallenergie, d.h. kugelförmige Richtcharakteristik → auslaufende, divergierende Welle (vgl. 2.3.2):

- Schalldruck:

$$\underline{p} = \frac{A}{r} e^{-jkr} . \quad [3-17]$$

Das Abstrahlmaß ist der zehnfache dekadische Logarithmus des Abstrahlgrades.

3.1.5 Richtcharakteristik

Die Richtcharakteristik eines Schallstrahlers ist - bei einer konstanten Entfernung vom Schallstrahler - die grafische Darstellung des Richtfaktors, des Richtungsgrades, des Richtungsmaßes, des Richtabweichungsfaktors, des Richtabweichungsgrades oder des Richtabweichungsmaßes in Abhängigkeit vom Abstrahlwinkel (gegen eine Bezugsrichtung) bei einer vorgegebenen Frequenz (bzw. Frequenzbandbreite). Meist wird die Richtcharakteristik als Polardiagramm für eine vorgegebene Ebene der Schallabstrahlung aufgezeichnet.

- Schallschnelle:

$$\begin{aligned} \underline{v} &= -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial \underline{p}}{\partial r} \\ &= \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{A}{r} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) e^{-jkr} , \end{aligned} \quad [3-18]$$

(siehe 2.3.2.1 mit $p_+ = A/k$)

Zur Interpretation:

- Der Schalldruck in der Kugelwelle, d.h. der Schalldruckverlauf des Kugelstrahlers, ist umgekehrt proportional zur Entfernung von der Schallquelle:

$$p \sim \frac{1}{r} .$$

- Die Schallschnelle besteht dagegen aus zwei Anteilen (entsprechend den beiden Summanden in der runden Klammer), und zwar:

- Ein zum Schalldruck gleichphasiger Anteil, der auch proportional zu r^{-1} von der Schallquelle abnimmt. Dieser Anteil ist für den Leistungstransport ins Fernfeld verantwortlich.
- Ein gegenüber dem Schalldruck um 90° (Faktor $-j$) phasenverschobener Anteil, der proportional zu r^{-2} von der Schallquelle abnimmt; das bedeutet einen raschen Abfall in Quellennähe, ein schnell abklingendes Nahfeld. Dieser Anteil ist

für die Blindleistung in Strahlernähe verantwortlich.

- Das Fernfeld des Strahlers wird durch folgende Bedingung festgelegt:

$$kr \gg 1 ,$$

mit

$$\underline{kr} = \frac{2\pi f}{c} r = \frac{2\pi r}{\lambda} = He \quad [3-19]$$

folgt

$$He \gg 1$$

He = HELMHOLTZ-Zahl.

Für die Schallschnelle ergibt sich in diesem Bereich näherungsweise:

$$\underline{v} \approx \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{A}{r} e^{-jkr} \quad [3-20]$$

Damit folgt die spezifische Schallfeldimpedanz im Fernfeld mit

$$\underline{Z} = \frac{p}{v} = \rho_0 c_0 \hat{=} Z_0 . \quad [3-21]$$

Das ist die Schallkennimpedanz der ebenen Welle.

Im Fernfeld des Kugelstrahlers sind Schalldruck und Schallschnelle in Phase. Die Schallintensität im Fernfeld der Kugelwelle ist :

$$J = \tilde{p} \tilde{v} = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0} = \tilde{v}^2 Z_0 . \quad [3-22]$$

Das Nahfeld des Strahlers wird durch die Bedingung:

$$kr \ll 1 ,$$

$$He \ll 1$$

festgelegt. Für die Berechnung der Schallfeldimpedanz in diesem Bereich ist der vollständige Ausdruck für die Schallschnelle einzusetzen (siehe [2-41] :

$$\underline{Z} = \frac{p}{v} = \frac{\rho_0 c_0}{\left(1 + \frac{1}{jkr}\right)} . \quad [3-23]$$

Das heißt, Schalldruck und Schallschnelle sind im Nahfeld phasenverschoben.

Die Strahlungsimpedanz ergibt sich aus dem Quotienten der komplexen Amplituden von Schalldruck und Schallschnelle an der Oberfläche des Kugelstrahlers. Modelliert man diesen Strahler als eine atmende Kugel, als einen Ballon mit konphas, in radialer Richtung schwingender Ballonhaut, wobei die radiale Schwinggeschwindigkeit

$$\underline{v} = \underline{v}_r \Big|_{r=R} = \underline{v}_R = \underline{v}_0 \quad [3-24]$$

für $r = R$

sei, dann folgt die spezifische Strahlungsimpedanz an der Oberfläche des Kugelstrahlers zu

$$\begin{aligned} \underline{Z}_r &= \frac{p}{v} \Big|_{r=R} = \frac{p}{v_0} \\ &= \frac{\rho_0 c_0}{\left(1 + \frac{1}{jkr}\right)} = \rho_0 c_0 \frac{jkr}{1 + jkr} \end{aligned} \quad [3-25]$$

bzw. getrennt nach Realteil und Imaginärteil

$$\begin{aligned} \underline{Z}_r &= \rho_0 c_0 \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} + j \rho_0 c_0 \frac{kr}{1 + (kr)^2} . \quad [3-26] \\ &= Z_r^\perp + j Z_r^I \end{aligned}$$

Zur Interpretation siehe Abb. 3-1.

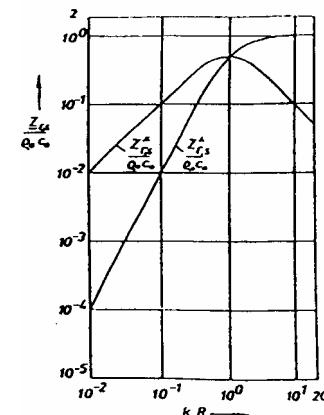


Abbildung 3-1: Spezifische Strahlungsimpedanz an der Oberfläche eines Kugelstrahlers

Der Realteil der Strahlungsimpedanz, die Strahlungsresistenz, ist für die Schallabstrahlung ins Fernfeld verantwortlich:

$$\frac{Z_r^\perp}{\rho_0 c_0} = \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} . \quad [3-27]$$

Die Schalleistung kann mit Hilfe dieser Strahlungsresistenz berechnet werden:

$$\begin{aligned} P &= \tilde{v}_n^2 S Z_r^\perp \\ &= \tilde{v}_n^2 (4\pi R^2) \rho_0 c_0 \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} \\ &= \tilde{q}^2 \frac{\rho_0 c_0 k^2}{4\pi} \frac{1}{1 + (kr)^2} \end{aligned} \quad [3-28]$$

mit:

$$\tilde{q} = \tilde{v}_n 4\pi R^2$$

= Schallfluss des Strahlers, Ergiebigkeit, Quellstärke (vgl. 1.5.1).

Grenzwerte:

$$\text{für } kR \ll 1 \quad P = \tilde{q}^2 \frac{\rho_0 c_0 k^2}{4\pi} , \quad [3-29]$$

$$\text{für } kR \gg 1 \quad P = \tilde{q}^2 \frac{\rho_0 c_0}{4\pi R^2} . \quad [3-30]$$

$$= \tilde{v}_n^2 S \rho_0 c_0$$

Der Imaginärteil der Strahlungsimpedanz, die Strahlungsreaktanz, charakterisiert die Nahfeldwirkung, die Blindleistung des Strahlers.

$$\frac{Z_r^{\text{II}}}{\rho_0 c_0} = \frac{kR}{1 + (kR)^2} . \quad [3-31]$$

Die Strahlungsreaktanz kann auch in der Form geschrieben werden

$$jZ_r^{\text{II}} = j\omega \frac{\rho_0 R}{1 + (kR)^2} = j\omega M_r \quad [3-32]$$

mit: M_r äquivalente spezifische Masse der Umgebungsluft, die durch die schwingende Strahleroberfläche mit zu beschleunigen ist; $[M_r] = \text{kg m}^{-2}$, d.h. Masse je Fläche, die sogenannte mitschwingende Mediummasse

Die tatsächlich mitschwingende Masse berechnet sich aus:

$$m_r = M_r S = \frac{\rho_0 R}{1 + (kR)^2} 4\pi R^2 . \quad [3-33]$$

Für $kR \ll 1$ ergibt sich

$$m_r = \rho_0 4\pi R^3 = 3\rho_0 V_K , \quad [3-34]$$

vgl. auch 1.5.3. Das heißt, die mitschwingende Mediummasse ist das Dreifache des Kugelvolumens V_K des Kugelstrahlers, multipliziert mit der Dichte des Umgebungsfluids (in das die Schallquelle die Schallwellen abstrahlt).

Übergang vom Kugelstrahler nullter Ordnung mit endlichen Abmessungen (atmende Kugel, Ballon mit konphas schwingender Ballonhaut) zum Punktstrahler (Monopol):

Es wird der Schallfluss (Quellstärke, Ergiebigkeit) des Kugelstrahlers nullter Ordnung durch Integration der Schwinggeschwindigkeit über die Kugeloberfläche berechnet:

$$\frac{q}{S} = \oint \frac{v_0}{r} dS \underset{\substack{v_0 = \text{konst.} \\ \text{über Kugel-} \\ \text{oberfläche}}}{\equiv} \frac{v_0}{r} 4\pi R^2 \quad [3-35]$$

Mit der Randbedingung an der Kugeloberfläche

$$v_0 = v|_{r=R} \quad [3-36]$$

und dem Grenzübergang zum akustischen Punktstrahler ergibt sich:

$$\underline{q}_{\text{Punktstrahler}} = \lim_{\substack{kR \ll 1 \\ kR \rightarrow 0}} \underline{q} = \frac{4\pi}{jk\rho_0 c_0} \underline{A} , \quad [3-37]$$

bzw.

$$\underline{A} = \frac{\underline{q}}{4\pi} jk\rho_0 c_0 , \quad [3-38]$$

und somit für Schalldruck und Schallschnelle, zurückgeführt auf die Quellstärke q des Punktstrahlers (siehe 2.3.2.1):

$$\begin{aligned} \underline{p} &= \frac{\underline{A}}{r} e^{-jkr} = \frac{j\omega\rho_0}{4\pi r} \underline{q} e^{-jkr} \\ &= j \frac{k}{4\pi} \rho_0 c_0 \underline{q} \frac{e^{-jkr}}{r} \end{aligned} \quad [3-39]$$

bzw.

$$\begin{aligned} \underline{v} &= \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\underline{A}}{r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr} \\ &= j \frac{k}{4\pi} \underline{q} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \end{aligned} \quad [3-40]$$

Daraus folgt die akustische Strahlungsresistanz des Punktstrahlers zu:

$$Z_{r,a}^{\perp} = \frac{\rho_0 c_0 k^2}{4\pi} , \quad [3-41]$$

und somit die abgestrahlte Schallleistung des Punktstrahlers:

$$P = \tilde{q}^2 \frac{\rho_0 c_0 k^2}{4\pi} . \quad [3-42]$$

Interpretation:

- Jeder Schallstrahler, der Kugelwellen nullter Ordnung abstrahlt und für den $He = kR \ll 1$ gilt, kann zur Berechnung des Fernfeldes und der abgestrahlten Schallleistung als Punktstrahler angesehen werden (siehe [3-29]), z. B. ein Lautsprecher in geschlossener Box bei tiefen Frequenzen.
- Für den Punktstrahler sind die akustische Strahlungsresistanz und die abgestrahlte Schallleistung unabhängig von der Geometrie und der Form des Strahlers.
- Strahlungsresistanz und Schallleistung sind für $He = kR \ll 1$ dem Quadrat der Frequenz proportional (bei konstantem Schallfluss q).

3.2.2 Kugelstrahler erster Ordnung (Dipol)

Aus der Überlagerung des Schalldruckes zweier gegenphasiger Monopole am Aufpunkt im Fernfeld ergibt sich der Schalldruck des Dipoles zu

$$\underline{p} = -\frac{k^2}{4\pi} \rho_0 c_0 \underline{D} \frac{e^{-jkr}}{r} \cos\theta \quad [3-43]$$

mit: \underline{D} Quellstärke des Dipoles, Dipolmoment $[D] = \text{m}^4 \text{s}^{-1}$,

ϑ Winkel zwischen der Abstrahlrichtung und der Dipolachse.

Richtungsfaktor (siehe 3.1.1):

$$\Gamma = \frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_{\max}} = \cos \vartheta \quad [3-44]$$

$\vartheta = 0^\circ/180^\circ$ Hauptabstrahlrichtung, Dipolachse,

$\vartheta = 90^\circ/270^\circ$ keine Schallabstrahlung.

Infolge der gerichteten Schallabstrahlung muss zur Berechnung der Schallleistung die winkelabhängige Schallintensität über die Hüllfläche integriert werden:

$$\begin{aligned} P = \int_S \tilde{p} \tilde{v} dS &= \int_0^\pi \frac{\tilde{p}^2}{0 \rho_0 c_0} 2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta \\ &= \frac{\rho_0 c_0 k^4}{8\pi} \tilde{D}^2 \int_0^\pi \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \quad [3-45] \end{aligned}$$

Schallleistung des Dipolstrahlers, ($P \sim f^4$):

$$P = \frac{k^4}{12\pi} \rho_0 c_0 \tilde{D}^2 \quad [3-46]$$

Bündelungsgrad (siehe 3.1.2):

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\Omega_{\text{ges}}}{\int \Gamma^2 d\Omega} \\ &= \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \cos^2 \vartheta 2\pi \sin \vartheta d\vartheta} = 3 \quad [3-47] \end{aligned}$$

3.2.3 Kugelstrahler zweiter Ordnung (Quadrupol)

Der Quadrupol besteht aus vier Monopolen, von denen jeweils zwei gegenphasige zu einem Dipol gruppiert sind, siehe Abbildung 3-2 und Abbildung 3-3.



Abbildung 3-2: longitudinaler Quadrupol (auch axialer Quadrupol)

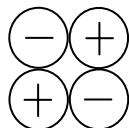


Abbildung 3-3: lateraler Quadrupol

Kenngrößen des longitudinalen Quadrupols:

- Schalldruck

$$\underline{p} = -j \frac{k^3}{4\pi} \rho_0 c_0 \underline{Q} \frac{e^{-jkr}}{r} \cos^2 \vartheta \quad [3-48]$$

mit: Q Quadrupolmoment, Quellstärke, Ergiebigkeit.

- Richtungsfaktor

$$\Gamma = \cos^2 \vartheta \quad [3-49]$$

- Schallleistung

$$P = \frac{\rho_0 c_0}{20\pi} k^6 \tilde{Q}^2 \quad [3-50]$$

- Bündelungsgrad $\gamma = 5$.

Kenngrößen des lateralen Quadrupols:

- Schalldruck

$$\underline{p} = -j \frac{k^3}{8\pi} \rho_0 c_0 \underline{Q} \frac{e^{-jkr}}{r} \cos 2\vartheta \sin^2 \varphi \quad [3-51]$$

- Richtungsfaktor

$$\Gamma = \cos 2\vartheta \sin^2 \varphi \quad [3-52]$$

- Schallleistung

$$P = \frac{\rho_0 c_0}{20\pi} k^6 \tilde{Q}^2 \quad [3-53]$$

- Bündelungsgrad $\gamma = \frac{15}{4}$.

3.2.4 Kugelstrahler N -ter Ordnung (Multipole)

Die Kugelstrahler nullter, erster und zweiter Ordnung lassen sich als erste Glieder einer Reihendarstellung auffassen, die bis zu den Kugelstrahlern N -ter Ordnung weiterentwickelt werden kann. Diese Reihenglieder entstehen durch die Überlagerung von 2^N Monopolen, also nach dem Quadrupol folgt der Kugelstrahler dritter Ordnung, der Octupol, dann der Kugelstrahler vierter Ordnung, der Sexdecupol, usw. Andererseits kann der Quadrupol auch aus zwei Dipolen zusammengesetzt werden. In gleicher Weise lassen sich die Kugelstrahler höherer Ordnung auch aus komplexeren Kugelstrahlern niedrigerer Ordnung, also nicht nur aus einzelnen Monopolen, aufbauen.

Diese Reihendarstellung von Kugelstrahlern N -ter Ordnung folgt einerseits aus Lösungen der Wellengleichung in Kugelkoordinaten, wenn dabei im allgemeinen Fall Kugelfunktionen verwendet werden. Andererseits kann diese Reihe aus den Beziehungen für den Schalldruck sukzessiv aufgebaut werden.

In der Strömungskustik wird gleichfalls eine allgemeinere Formulierung der Multipole verwendet, und zwar in der Form von Proportionalitäten zwischen den akustischen Größen (Schalldruck, Schallleistung) sowie einer charakteristischen Strömungsgeschwindigkeit U und einer typischen Linearabmessung L des Strömungsvorganges.

Für den Monopol, Dipol und Quadrupol gelten folgende Proportionalitäten:

$$\begin{aligned}
 p_M &\sim \rho_0 \frac{L}{r} U^2 & P_M &\sim \frac{\rho_0}{c_0} L^2 U^4 \\
 p_D &\sim \frac{\rho_0}{c_0} \frac{L}{r} U^3 & P_D &\sim \frac{\rho_0}{c_0^3} L^2 U^6 \quad [3-54] \\
 p_Q &\sim \frac{\rho_0}{c_0^2} \frac{L}{r} U^4 & P_Q &\sim \frac{\rho_0}{c_0^5} L^2 U^8
 \end{aligned}$$

bzw. in allgemeiner Form Schalldruck:

$$p \sim \frac{\rho_0}{c_0^N} \frac{L}{r} U^{2+N} \sim \rho_0 \frac{L}{r} U^2 Ma^N, \quad [3-55]$$

Schallleistung:

$$P \sim \frac{\rho_0}{c_0^{1+2N}} L^2 U^{4+2N} \sim \rho_0 L^2 U^3 Ma^{1+2N} \quad [3-56]$$

mit: N Ordnungszahl des Kugelstrahlers,
 $Ma = U/c_0$ MACH-Zahl.

Für den strömungsmechanisch-akustischen Umsetzungsgrad folgt schließlich:

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{mech}}} \sim \frac{\rho_0 L^2 U^3 Ma^{1+2N}}{\rho_0 L^2 U^3} \sim Ma^{1+2N}. \quad [3-57]$$

3.3 Strahlergruppen

Größe, Begriff	siehe Abschnitt
Strahlergruppe, allgemein	3.3.1
Strahlerzeile	3.3.2
Linienstrahler	3.3.3
Flächenstrahler, allgemein	3.3.4
Flächenstrahler, Rechteckmembran	3.3.5
Flächenstrahler, Kreismembran	3.3.5

3.3.1 Schallabstrahlung einer Strahlergruppe

Die Berechnung des Schalldrucks am Aufpunkt bei Abstrahlung durch eine beliebig angeordnete Gruppe von Punktstrahlern erfolgt prinzipiell nach demselben Rechenschema wie für den Dipol bzw. die Strahlerzeile (siehe 3.2.2 bzw. 3.3.2). Am Aufpunkt werden die Schalldrücke von den Einzelstrahlern aufsummiert, unter Berücksichtigung ihrer Laufwege und gegebenenfalls ihrer phasenverschobenen Quellstärke.

Im Gegensatz zu dieser Vorgehensweise bei kohärenten Strahlern werden bei inkohärent strahlenden Schallquellen die Schallenergien (entsprechend die Schalldruckquadrate) der einzelnen Strahler am Aufpunkt im Fernfeld addiert.

3.3.2 Schallabstrahlung einer Strahlerzeile

Die Strahlerzeile (auch Schall- oder Tonzeile) besteht aus einer Anordnung von mehreren, in einer Linie angeordneten Einzelschallquellen, die in der Regel gleichphasig abstrahlen.

Werden am Aufpunkt die Schalldrücke der einzelnen Schallstrahler unter Berücksichtigung der Phasenverschiebungen (unterschiedliche Laufwege zwischen Strahler und Aufpunkt) aufsummiert, so erhält man den Gesamtschalldruck am Aufpunkt zu:

$$\tilde{p}_{\text{ges}} = \frac{\omega \rho_0 \tilde{q}_0}{4\pi r} \frac{\sin\left[n \frac{kd}{2} \sin \vartheta\right]}{\sin\left[\frac{kd}{2} \sin \vartheta\right]} \quad [3-58]$$

mit: q_0 Quellstärke des Einzelstrahlers.

Wird dieser Gesamtschalldruck auf den Maximalwert (für $\vartheta = 0^\circ$) bezogen, so ergibt sich der Richtungsfaktor [3-2] der Strahlerzeile:

$$\Gamma = \frac{\sin\left[n \frac{kd}{2} \sin \vartheta\right]}{n \cdot \sin\left[\frac{kd}{2} \sin \vartheta\right]} \quad [3-59]$$

mit: n Zahl der Einzellautsprecher,

d Abstand zweier benachbarter Lautsprecher,

ϑ Abstrahlwinkel zum Aufpunkt, bezogen auf die Normalenrichtung der Lautsprecherzeile.

Während sich für $He = kd \ll 1$ die kugelförmige Abstrahlcharakteristik zeigt, können für größere Werte von $He = kd \gg 1$ Abstrahlcharakteristiken mit ausgeprägter Richtwirkung radial zur Zeile erreicht werden.

3.3.3 Schallabstrahlung des Linienstrahlers

Der Richtungsfaktor [3-2] folgt, für den hier betrachteten Fall der konphasen Abstrahlung, aus der o.g. allgemeinen

Beziehung, angewandt auf die Abstrahlungsbedingungen der Linienquelle und integriert über die Quelllänge L , zu:

$$\Gamma = \frac{\sin\left[\frac{kL}{2}\sin\vartheta\right]}{\frac{kL}{2}\sin\vartheta} \quad [3-60]$$

mit: ϑ Winkel zwischen der Normalen zur Linienquelle und dem Aufpunktstrahl, ausgehend vom Mittelpunkt der Linienquelle.

Für $He = kL \ll 1$ ergibt sich $\Gamma = 1$, d.h. die allseitig gleiche Schallabstrahlung; für $He = kL \gg 1$ dagegen folgt eine stark gerichtete Abstrahlung.

Aus der Integration des Richtungsgrades Γ^2 über den Halbraum erhält man den Bündelungsgrad der Linienquelle (siehe 3.1.2):

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{Halbraum}} \Gamma^2 d\Omega = 2 \frac{\text{Si}(kL)}{kL} - \left[\frac{\sin \frac{kL}{2}}{\frac{kL}{2}} \right]^2 \quad [3-61]$$

mit: Integralsinus mit den Näherungen:

$$\text{für } x \ll 1 \rightarrow \text{Si}(x) \approx x$$

$$\text{bzw. für } x \gg 1 \rightarrow \text{Si}(x) \approx \frac{\pi}{2}$$

Auch der Bündelungsgrad ergibt für $He = kL \ll 1$ die Kugelabstrahlcharakteristik mit $\gamma = 1$. Für den Fall hoher Frequenzen $He = kL \gg 1$ folgt für den Bündelungsgrad der Näherungswert:

$$\gamma \approx \frac{kL}{\pi} = 2 \frac{L}{\lambda} \quad [3-62]$$

3.3.4 Schallabstrahlung ebener Flächen

Es wird vorausgesetzt, dass die schwingende Membran, deren Schnelle vorgegeben ist, in eine unendlich große, starre Schallwand eingesetzt ist und dass die Schallabstrahlung in den Halbraum vor dieser Wand erfolgt.

Die Membran wird in Einzelstrahler mit der Fläche dS und der Normalschwinggeschwindigkeit v_n zerlegt; der Schalldruck am Aufpunkt ergibt sich wiederum durch Summation (hier: Integration) über alle Strahler der schwingenden Fläche:

$$p(r, \varphi, \vartheta) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi r} \int_S v_n e^{-jkr'} dS \quad [3-63]$$

mit: r, φ, ϑ Kugelkoordinatensystem,

- r' Entfernung zwischen Strahlerfläche dS und Aufpunkt $P(r, \varphi, \vartheta)$,
- r Entfernung zwischen Mittelpunkt der Membran und Aufpunkt P .

Für den Richtungsfaktor folgt daraus, bei Bezug auf den Maximalschalldruck:

$$\Gamma = \left| \frac{1}{q} \int_S v_n e^{-jk(r'-r)} dS \right| \quad [3-64]$$

bzw. für den Fall der konphas schwingenden Fläche, d.h. den Kolbenstrahler:

$$\Gamma = \frac{1}{S} \left| \int_S e^{-jk(r'-r)} dS \right| \quad [3-65]$$

Für den Bündelungsgrad der abstrahlenden Fläche gilt der Zusammenhang mit dem Richtungsfaktor (hier: $\Omega_{\text{ges}} = 2\pi$):

$$\gamma = \frac{\Omega_{\text{ges}}}{\int \Gamma^2 d\Omega} \quad [3-66]$$

für die akustische Strahlungsresistanz:

$$Z_{a,r}^\perp = \frac{k^2}{2\pi} \rho_0 c_0 \frac{1}{\gamma} \quad [3-67]$$

und für die abgestrahlte Schallleistung:

$$P = Z_{a,r}^\perp \tilde{q}^2 = \frac{k^2}{2\pi} \rho_0 c_0 \frac{\tilde{q}^2}{\gamma} \quad [3-68]$$

sowie für den Zusammenhang zwischen dem Abstrahlgrad σ :

$$\sigma = \frac{P}{\rho_0 c_0 S \tilde{v}^2} \quad [3-69]$$

und dem Bündelungsgrad γ :

$$\sigma\gamma = \frac{k^2 S}{2\pi} \quad [3-70]$$

3.3.5 Spezialfälle des Flächenstrahlers

Rechteckmembran

Die Integration über das rechteckförmige Quellgebiet (Abmessungen L_x, L_y) liefert für den Richtungsfaktor:

$$\Gamma = \frac{\sin\left[\frac{kL_x}{2}\cos\varphi_x\right]}{\frac{kL_x}{2}\cos\varphi_x} \frac{\sin\left[\frac{kL_y}{2}\cos\varphi_y\right]}{\frac{kL_y}{2}\cos\varphi_y} \quad [3-71]$$

mit: φ_x, φ_y Winkel zwischen der in der Membranebene liegenden x - bzw. y -Achse und dem Abstandsvektor zwischen dem Membranmittelpunkt und dem Aufpunkt.

Die Schallabstrahlung des rechteckförmigen Kolbenstrahlers besteht offensichtlich aus der Überlagerung der Charakteristiken zweier Linienstrahler in den Achsenrichtungen der Rechteckmembran.

Kreismembran

Für die kreisförmige Kolbenmembran ergibt sich der Richtungsfaktor der Schallabstrahlung zu:

$$\Gamma = 2 \frac{J_1(kR \sin \vartheta)}{kR \sin \vartheta} \quad [3-72]$$

mit: ϑ Winkel zwischen der Normalen zur Kreismembran und dem Aufpunktstrahl, ausgehend vom Membranmittelpunkt ,

J_1 Zylinderfunktion, BESSEL-Funktion 1. Ordnung.

Für den Bündelungsgrad folgt durch Integration des Richtungsgrades Γ^2 über den Halbraum die Beziehung:

$$\gamma = \frac{(kR)^2}{2 \left[1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} \right]}, \quad [3-73]$$

damit ergibt sich die akustische Strahlungsresistenz:

$$Z_{a,r}^\perp = \frac{k^2}{2\pi} \rho_0 c_0 \frac{1}{\gamma} = \frac{\rho_0 c_0}{\pi R^2} \left[1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} \right] \quad [3-74]$$

und die abgestrahlte Schallleistung:

$$P = Z_{a,r}^\perp \tilde{q}^2 = \tilde{q}^2 \frac{\rho_0 c_0}{\pi R^2} \left[1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} \right]. \quad [3-75]$$

Für tiefe Frequenzen, d.h. $He = kR \ll 1$, wird durch eine Reihenentwicklung der BESSEL-Funktion der Bündelungsgrad $\gamma \approx 1$ und somit die abgestrahlte Schallleistung der Kreiskolbenmembran zu:

$$P = \tilde{q}^2 \frac{\rho_0 c_0 k^2}{2\pi}. \quad [3-76]$$

Das Ergebnis ist identisch mit der Schallleistung des Kugelstrahlers nullter Ordnung für die Abstrahlung in den Halbraum.

Für hohe Frequenzen, d.h. $He = kR \gg 1$ wird der Bündelungsgrad $\gamma \rightarrow 0,5(kR)^2$, die akustische bzw. spezifische Strahlungsresistanz

$$Z_{a,r}^\perp = \frac{\rho_0 c_0}{\pi R^2} \quad [3-77]$$

und daraus die abgestrahlte Schallleistung für hohe Frequenzen:

$$P = Z_{a,r}^\perp \tilde{q}^2 = \tilde{q}^2 \frac{\rho_0 c_0}{\pi R^2} = \rho_0 c_0 S \tilde{v}_n^2, \quad [3-78]$$

d.h. der Abstrahlgrad σ wird näherungsweise gleich 1. Schließlich folgt aus der spezifischen Strahlungsreaktanz der Kreiskolbenmembran für $kR \ll 1$:

$$Z_{s,r}^{II} = j\omega \rho \frac{8R}{3\pi} = j\omega M_r \quad [3-79]$$

und damit die mitschwingende Mediummasse, bezogen auf die Strahlerfläche:

$$M_r = \rho \frac{8R}{3\pi}. \quad [3-80]$$

3.4 Schallabstrahlung mit Exponentialtrichter

Tabelle 3-2: Übersicht Schallabstrahlung mit Exponentialtrichter

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Trichtereintrittsquerschnitt	S_0	m^2	3.4
Wuchsmaß	b	m^{-1}	3.4

Eine Verbesserung der Schallabstrahlung bei tiefen Frequenzen kann durch eine Impedanztransformation erreicht werden, d.h. durch eine bessere Anpassung des Schallfeldes an den Schallstrahler. Eine Möglichkeit dafür wird durch ein auf die Membran aufgesetztes trichterförmiges Rohrstück erreicht, durch das die Membran bei ihrer Schallabstrahlung die reelle Strahlungsimpedanz $\rho_0 c_0$ des Rohres vorfindet. Durch die schrittweise Erweiterung der Rohrquerschnittsfläche erfolgt der allmähliche Übergang vom Rohr in den Freiraum, d.h. der Endquerschnitt des Rohres sollte möglichst groß sein (geringe Reflexionen zurück in den Trichter).

Praktische Beispiele dafür sind: Sprachrohre, Trichterlautsprecher, Blasinstrumente, Sirenen mit aufgesetzten Trichtern u.a.

Ein akustisch besonders effektiver Trichter ist der Exponentialtrichter. Seine Querschnittsfläche erweitert sich exponentiell mit

$$S(x) = S_0 e^{2bx} \quad [3-81]$$

mit: b Wuchsmaß des Trichters, $[b] = \text{m}^{-1}$,
 S_0 Eintrittsfläche des Trichters,
 $S(x)$ veränderliche Querschnittsfläche längs der x -Achse.

Die Schallausbreitung im Trichter kann mit Hilfe der Wellengleichung behandelt werden. Die so genannte Trichtergleichung nach WEBSTER berücksichtigt die Flächenzunahme in Schallausbreitungsrichtung. Für den unendlich langen Trichter (keine Reflexionen vom Trichterende) erhält man für die spezifische Strahlungsimpedanz am Trichtereintritt:

$$Z_{r,s} = \rho_0 c_0 \left[\sqrt{1 - \left(\frac{b}{k} \right)^2} + j \frac{b}{k} \right]. \quad [3-82]$$

Daraus folgt für die abgestrahlte Schallleistung:

$$P = \tilde{v}_0^2 S_0 Z_{r,s}^\perp = \tilde{v}_0^2 S_0 \rho_0 c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{k}\right)^2} \quad [3-83]$$

mit: \tilde{v}_0 Membranschnelle,

S_0 Trichtereintrittsquerschnitt.

Für den Fall

$$b = k_{\text{gr}} = \frac{2\pi f_{\text{gr}}}{c_0} \quad [3-84]$$

ergibt sich als Grenzfrequenz:

$$f_{\text{gr}} = \frac{b c_0}{2\pi} \quad [3-85]$$

Diese Trichtergrenzfrequenz ist nur vom Wuchsmaß b des Trichters abhängig. Mit der Grenzfrequenz f_{gr} folgt für die Strahlungsresistenz:

$$Z_{r,s}^\perp = \rho_0 c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_{\text{gr}}}{f}\right)^2} \quad [3-86]$$

und für die Schallleistung entsprechend:

$$P = \tilde{v}_0^2 S_0 \rho_0 c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_{\text{gr}}}{f}\right)^2} \quad [3-87]$$

Durch die Grenzfrequenz sind also physikalisch zwei Bereiche zu unterscheiden:

- *Bereich 1:*

$$f < f_{\text{gr}} \Rightarrow Z_{r,s}^\perp = 0 \quad \text{bzw.} \quad P = 0 :$$

→ Exponentiell abklingendes Nahfeld im Trichter, keine Wellenausbreitung.

- *Bereich 2:*

$$f > f_{\text{gr}} \Rightarrow Z_{r,s}^\perp, P :$$

nach den o.g. Gleichungen berechenbar.

→ Wellenausbreitung im Trichter, mit wachsender Frequenz (bis $f > f_{\text{gr}}$) erreicht die Strahlungsresistenz den Grenzwert $\rho_0 c_0$ bzw. die Schallleistung

$$P = \tilde{v}_0^2 S_0 \rho_0 c_0 \quad [3-88]$$

Es liegen also für den Exponentialtrichter die Abstrahlungsbedingungen $\rho_0 c_0$ des unendlich langen Rohres (mit ebenen Wellen) vor.

Der Vergleich der Schallabstrahlung der beiden Fälle

Membran mit Trichter für $f >> f_{\text{gr}}$:

$$\frac{P_{\text{Membran}}}{\text{mit Trichter}} = \tilde{v}_0^2 S_0 \rho_0 c_0 \quad [3-89]$$

Membran mit Schallwand für $kR \ll 1$:

$$\frac{P_{\text{Membran}}}{\text{mit Schallwand}} = \tilde{v}_0^2 S_0 \frac{1}{2} \rho_0 c_0 (kR)^2 \quad [3-90]$$

führt auf das Verhältnis beider Schallleistungen:

$$\frac{P_{\text{Membran}}}{\text{mit Trichter}} = \frac{2}{(kR)^2} = \frac{2}{He^2} \quad [3-91]$$

Für kleine Abmessungen der Membran gegenüber der Schallwellenlänge können erhebliche Verbesserungen der abgestrahlten Schallleistung erreicht werden; und das geschieht nicht durch eine größere Membran oder die Erhöhung der Quellleistung des Strahlers, sondern lediglich durch eine Verbesserung des Wirkungsgrades, d.h. eine Verminderung der Blindleistung und eine Vergrößerung der Wirkleistung.

Schlussfolgerungen bezüglich der Auslegung eines Trichters:

- Die Grenzfrequenz des Trichters ist möglichst niedrig festzulegen, um die guten bis ausgezeichneten Abstrahlenschaften oberhalb der Grenzfrequenz in einem möglichst
- breiten Frequenzbereich für Sprache und Musik nutzen zu können → kleines Wuchsmaß b des Trichters, d.h. möglichst langsame Erweiterung des Trichters realisieren.
- Der Reflexionsfaktor am Trichterende ist möglichst klein zu halten (in der Praxis muss der Trichter eine endliche Länge besitzen!) → großer Austrittsquerschnitt des Trichters.

Akustisch wirksame Exponentialtrichter (niedrige Grenzfrequenz, geringer Reflexionsfaktor) sind also sehr lang und besitzen einen großen Austrittsquerschnitt. Als technische Kompromisslösung werden gefaltete oder gewickelte Trichter verwendet, siehe z.B. bei Lautsprechern, Autohupen, Musikinstrumenten.

4 Schallausbreitung

4.1 Schallausbreitung an Grenzflächen

Tabelle 4-1: Übersicht Schallausbreitung an Grenzflächen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Reflexion			4.1.1, 4.1.2
Reflexionsgrad	ρ	-	4.1.1
Reflexionsfaktor	r	-	4.1.1, 4.1.2
Absorption		-	4.1.1, 4.1.3
Absorptionsgrad	α	-	4.1.1, 4.1.3
Transmission		-	4.1.1, 4.1.3
Transmissionsgrad	τ	-	4.1.1, 4.1.3, 4.1.4
Dissipation		-	4.1.1, 4.1.3
Schalldämmmaß	R	dB	4.1.4
Brechung		-	4.1.1, 4.1.5
Glanzwinkel	θ_G	-	4.1.1, 4.1.5

4.1.1 Übersicht

Trifft eine Schallwelle auf einen Störkörper, auf ein Hindernis (z. B. eine Wand) oder auf ein anderes Medium, dann wird ihre Energie, die in den Bereich des Hindernisses einfällt, aufgeteilt. Geometrisch betrachtet wird die Schallenergie

- reflektiert, wenn das Hindernis groß gegenüber der Wellenlänge ist und ebene Flächen besitzt,
→ Reflexion;
- in viele Richtungen gestreut, wenn der Störkörper klein oder unregelmäßig geformt ist,
→ Streuung;
- gebeugt in den abgeschatteten Bereich hinter dem Hindernis, in einen Bereich also, von dem aus die geradlinige „Sichtverbindung“ zur Schallquelle durch das Hindernis unterbrochen ist; d.h. die Schallwelle muss auf ihrem Ausbreitungsweg vom geraden Pfad „abgebogen“ sein,
→ Beugung (Diffraction);
- gebrochen, wenn sich beim Übergang von einem Medium in das andere die Schallgeschwindigkeit ändert,
→ Brechung (Refraktion).

Unter dem Gesichtspunkt einer Energie- oder Leistungsbilanz an der Trennfläche zwischen zwei Medien lassen sich die Vorgänge folgendermaßen beschreiben:

- Reflexion: ein Teil der einfallenden Schallenergie wird reflektiert;
- Absorption: der nicht reflektierte Anteil der einfallenden Schallenergie wird absorbiert;
- Dissipation: ein Teil der absorbierten Schallenergie wird an bzw. hinter der Trennfläche dissipiert, d.h. in Wärmeenergie umgewandelt;
- Transmission: der nicht dissipierte Anteil der absorbierten Energie wird transmittiert, d.h. er geht durch die Trennfläche (bzw. das Hindernis, das Bauteil), auch über seitliche Umwege, hindurch und wird in das dahinter liegende Fluid abgestrahlt bzw. in angekoppelte Bauteile weitergeleitet.

(Randbemerkung: Zum absorbierten Energieanteil kann auch der an der Trennfläche gestreute Schallenergieanteil gehören, wenn dieser nicht im reflektierten Anteil erfasst werden kann, siehe z. B. in der Ultraschalltechnik).

Abbildung 4-1 veranschaulicht diese Leistungsbilanz.

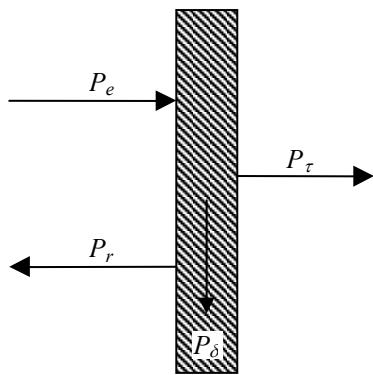


Abbildung 4-1: Leistungsbilanz für Schallwellen an einer Trennfläche

Daraus folgt:

$$\underline{\underline{P_e}} = \underline{\underline{P_r}} + \underline{\underline{P_\delta}} + \underline{\underline{P_\tau}} \quad [4-1]$$

einfall. reflekt. dissip. transmitt.
Schallleistung

und somit:

$$\frac{\underline{\underline{P_r}}}{\underline{\underline{P_e}}} + \frac{\underline{\underline{P_\delta}}}{\underline{\underline{P_e}}} + \frac{\underline{\underline{P_\tau}}}{\underline{\underline{P_e}}} = 1 \quad [4-2]$$

bzw.:

$$\rho + \delta + \tau = 1 \quad [4-3]$$

Die Größen aus [4-3] sind wie folgt definiert:

- Reflexionsgrad:

$$\rho = \frac{\underline{\underline{P_r}}}{\underline{\underline{P_e}}} = |\underline{r}|^2, \quad [4-4]$$

- Dissipationsgrad:

$$\delta = \frac{\underline{\underline{P_\delta}}}{\underline{\underline{P_e}}}, \quad [4-5]$$

- Transmissionsgrad:

$$\tau = \frac{\underline{\underline{P_\tau}}}{\underline{\underline{P_e}}}, \quad [4-6]$$

- Absorptionsgrad:

$$\alpha = \frac{\underline{\underline{P_{absorbiert}}}}{\underline{\underline{P_e}}} = \frac{\underline{\underline{P_\delta}} + \underline{\underline{P_\tau}}}{\underline{\underline{P_e}}} \quad [4-7]$$

$$= \delta + \tau = 1 - \rho = 1 - |\underline{r}|^2$$

\underline{r} ist der komplexe Reflexionsfaktor (siehe 4.1.2).

4.1.2 Reflexion

Beim Einfall einer ebenen Welle auf eine Wand wird ein Teil der Energie reflektiert, der andere Teil wird von der Wand absorbiert.

Der Reflexionsfaktor ergibt sich aus dem Verhältnis der Schalldrücke der reflektierten und der einfallenden Schallwelle an der Trennfläche:

$$\underline{r} = \frac{\underline{p}_r}{\underline{p}_e} \Big|_{Wand} \quad [4-8]$$

Die Wandimpedanz beschreibt das Verhältnis von Schalldruck und Schallschnelle an der Trennfläche:

$$\underline{Z}_W = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} \Big|_{Wand} \quad [4-9]$$

Die Wandimpedanz \underline{Z}_W charakterisiert die akustischen Eigenschaften der Wand. Es ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen Reflexionsfaktor und Wandimpedanz:

$$\underline{Z}_W = Z_0 \frac{1 + \underline{r}}{1 - \underline{r}}, \quad [4-10]$$

$$\underline{r} = \frac{\underline{Z}_W - Z_0}{\underline{Z}_W + Z_0}. \quad [4-11]$$

Der Reflexionsfaktor ist vom Verhältnis der Wandimpedanz zur Schallkennimpedanz Z_0 des Fluids abhängig. Ist der Reflexionsfaktor bekannt, dann kann der Schalldruck- und Schallschnelleverlauf vor einer bei $x = 0$ befindlichen Wand berechnet werden:

$$\underline{p} = \underline{p}_e (e^{-j k x} + \underline{r} e^{j k x})$$

$$\underline{v} = \frac{\underline{p}_e}{Z_0} (e^{-j k x} - \underline{r} e^{j k x}). \quad [4-12]$$

Spezialfälle:

- Reflexion an der schallharten Wand

Mit der Randbedingung

$$\frac{\underline{p}}{\underline{v}} = \underline{Z}_W = \infty \quad [4-13]$$

erhält man $\underline{r} = 1$.

Es bildet sich eine stehende Welle vor der Wand aus:

$$\underline{p}(x) = \underline{p}_e (e^{-j k x} + e^{+j k x}) = 2 \underline{p}_e \cos k x$$

$$\underline{v}(x) = \frac{\underline{p}}{Z_0} (e^{-j k x} - e^{+j k x}) = -j \frac{2 \underline{p}_e}{Z_0} \sin k x. \quad [4-14]$$

Daraus ergeben sich die Effektivwerte:

$$\tilde{p} = 2 \tilde{p}_e |\cos k x|$$

$$\tilde{v} = 2 \tilde{v}_e |\sin k x| \quad [4-15]$$

An der Wand nehmen Druck und Schnelle die folgenden Werte an:

$p(0) = 2 p_e$ doppelter Schalldruck an der Wand,

$v(0) = 0$ verschwindende Schnelle an der (starken) Wand.

- Reflexion an der schallweichen Wand

Eine „schallweiche Wand“ ist z.B. die Trennschicht von Wasser zu Luft.

Mit der Randbedingung

$$Z_w = 0 \quad [4-16]$$

erhält man $r = -1$.

Es bildet sich eine stehende Welle vor der Wand aus:

$$\begin{aligned} p(x) &= -j2p_e \sin kx \\ v(x) &= \frac{2p_e}{Z_0} \cos kx \end{aligned} \quad [4-17]$$

Daraus ergeben sich die Effektivwerte

$$\begin{aligned} \bar{p} &= 2\bar{p}_e |\sin kx| \\ \bar{v} &= 2\bar{v}_e |\cos kx| \end{aligned} \quad [4-18]$$

An der Wand nehmen Druck und Schnelle die folgenden Werte an:

$$p(0) = 0 \quad \text{kein Druckaufbau an der Trennfläche,}$$

$$v(0) = 2p_e Z_0^{-1} = 2v_e \quad \text{doppelte Schallschnelle an der Trennfläche.}$$

- Anpassung:

Die Wandimpedanz Z_w ist gleich der Schallkennimpedanz Z_0 . Man erhält $r = 0$, es findet keine Reflexion statt (fortlaufende Welle in positive x -Richtung).

- Als Beispiel für eine praktisch vorkommende Wandimpedanz bei einer Wand in einem homogenen Medium:

$$Z_w = Z^\perp + Z_0 \quad [4-19]$$

mit:

Z^\perp ... reelle Strömungsresistanz des Wandmaterials im freien Schallfeld (z.B. Gewebe, Filz),

Z_0 ... Schallkennimpedanz des vor und hinter der Probe liegenden Fluids.

Der Reflexionsfaktor r ist reell:

$$r = \frac{Z_w - Z_0}{Z_w + Z_0} = \frac{Z^\perp}{Z^\perp + 2Z_0} = r \quad [4-20]$$

4.1.3 Absorption, Dissipation, Transmission

Absorption, Dissipation:

Treffen Schallwellen mit der Leistung P_e auf ein Hindernis im Ausbreitungsweg, so wird je nach Oberflächenbeschaffenheit ein Teil der Schallenergie reflektiert und ein weiterer, zumeist kleinerer Teil der Schallenergie von dem Hindernis aufgenommen.

Die Schallabsorption beruht auf der Wirkung der sehr dünnen Zähigkeitsgrenzschicht an der Oberfläche der Porositäten eines Körpers, an dem ein Schallfeld anliegt (das sind beim porösen Absorber die kleinen Hohlräume und Kanäle).

Die Dicke der Grenzschicht δ (ebene Körperoberfläche), in der die Schallschnelle des Fluids bis auf den Wert Null an der Wand abfällt, beträgt etwa

$$\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad [4-21]$$

mit: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ kinematische Zähigkeit (siehe 1.6.8),

η dynamische Zähigkeit (siehe 1.6.8).

Die Dissipation infolge dieser Zähigkeitswirkung in der Grenzschicht ist relativ gering. Sie wächst aber zu beachtlicher Größe an, wenn durch die aufgelockerte, poröse Gestaltung der Oberfläche (z.B. durch eine extreme Oberflächenvergrößerung mit Hilfe eines gestopften Fasermaterials, eines offenporigen Schaumstoffes oder eines porösen Betons) die Dissipation an sehr großen Flächen erfolgt. Mit derartigen Schallabsorbern können hohe Schallabsorptionsgrade bis >90% erreicht werden.

Absorptionsgrad:

Der Schallabsorptionsgrad kennzeichnet den Leistungsanteil der einfallenden Welle, der in der reflektierten Welle nicht mehr enthalten ist, d.h. der in der Trennfläche dissipiert oder durch sie hindurchgeht und in das angrenzende Fluid abgestrahlt wird (siehe 4.1.1, [4-7]).

Transmission:

Die schließlich verbleibende, nicht dissipierte oder absorbierte Rest-Schallleistung P_τ wird auf der Rückseite des Hindernisses als Luftschall in den angrenzenden Raum abgestrahlt.

Das Verhältnis von abgestrahlter zu aufstreffender Luftschatllenergie entspricht dem Transmissionsgrad τ .

$$\tau = \frac{P_\tau}{P_e} = 10^{-\frac{R}{10}} \quad [4-22]$$

Der Transmissionsgrad τ ist eine für die praktische Handhabung wenig geeignete, sehr kleine Größe, weshalb man das in der Akustik allgemein gebräuchliche logarithmische Maß verwendet. Damit kommt man zum Schalldämmmaß R , angegeben in dB (siehe [4-23]).

4.1.4 Dämmung von Schallwellen

Während bei der Dämpfung von Schallwellen diesen durch Dissipation Schallenergie entzogen wird, wird bei der Dämmung von Schallwellen lediglich die Ausbreitung der Schallwelle von der Schallquelle zum Empfänger durch einen „Damm“ verhindert. In der Praxis ist die Schalldämmung nicht nur mit einer Reflexion, sondern meist auch mit Dämpfungseffekten, d.h. mit Dissipation verbunden.

Das klassische Schalldämmungsbauteil ist die einfache, homogene Wand zwischen zwei Räumen. In dem einen Raum befindet sich die Schallquelle, der andere Raum muss vor dem Lärm geschützt werden. Die Trennwand zwischen beiden Räumen vermindert im einfachsten Fall durch ihre Masse die Schallübertragung zum lärmgeschützten Raum.

Die Schalltransmission in den Nachbarraum über die Trennwand wird durch den Transmissionsgrad τ charakterisiert (siehe 4.1.3). Mit dem Transmissionsgrad τ wird das Schalldämmmaß R definiert:

$$R = 10 \lg \frac{1}{\tau} \text{dB} = -10 \lg \frac{P_\tau}{P_e} \text{dB} , \quad [4-23]$$

P_τ ... durch die Wand transmittierte Schallleistung,

P_e ... auf die Wand auftreffende Schallleistung.

Der Transmissionsgrad kann bei vernachlässigbarer Dissipation aus dem Reflexionsgrad berechnet werden (siehe [4-3]):

$$\tau = 1 - \rho = 1 - |r|^2 = 1 - \left| \frac{Z_w - Z_0}{Z_w + Z_0} \right|^2 . \quad [4-24]$$

Um die Dämmung der Trennwand mit Hilfe des Schalldämmmaßes R zu charakterisieren, muss die Wandimpedanz festgelegt werden. Diese berechnet sich bei reinem Massecharakter auf Grund des NEWTON'schen Bewegungsgesetzes ($F = m \cdot a$) und des hinter der Wand im zweiten Raum anliegenden Fluids zu

$$Z_w = j \omega m'' + Z_0 \quad [4-25]$$

mit: m'' flächenbezogene Masse der Trennwand,

Z_0 Schallkennimpedanz des hinter der Wand liegenden Fluids (meist gleich dem vor der Wand befindlichen Fluid).

Damit folgt der Transmissionsgrad zu

$$\tau = \frac{4Z_0^2}{(\omega^2 m''^2 + 4Z_0^2)} , \quad [4-26]$$

bzw. mit $2Z_0 \ll \omega m''$ näherungsweise

$$\tau \approx \left(\frac{2Z_0}{\omega m''} \right)^2 . \quad [4-27]$$

Daraus ergibt sich das Schalldämmmaß der Wand zu

$$R \approx 10 \lg \left(\frac{\omega m''}{2Z_0} \right)^2 \text{dB} . \quad [4-28]$$

Aus den Gleichungen für den Transmissionsgrad und das Schalldämmmaß ist ersichtlich, dass die Dämmung der Wand mit der flächenbezogenen Wandmasse und der Frequenz stark anwächst.

Anmerkung: Bei einer etwas genaueren Modellierung der physikalischen Vorgänge bei der Schalldämmung

haben natürlich auch die Steifigkeit und die Dissipation in der Wand einen Einfluss auf das Schalldämmmaß.

Schließlich ist es noch von Bedeutung, unter welchem Winkel δ die Schallwellen auf ein Hindernis auftreffen. Unter Berücksichtigung dieses Einfallswinkels lässt sich die von einem Hindernis ausgehende Schalldämmung vorausberechnen zu:

$$R = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\pi f m''}{\rho_0 c_0} \cos \delta \right)^2 \right] \text{dB} \quad [4-29]$$

(BERGER'sches Gesetz, Massengesetz)

m'' flächenbezogene Masse des Hindernisses in kg/m^2 .

Das Schalldämmmaß R ist eine der fundamentalen Größen der Bauakustik. Auch beim technischen Lärmschutz und in der Maschinenakustik ist es eine häufig verwendete Größe.

Spuranpassung:

Bei Koinzidenz stimmt die Wellenlänge λ_B von freien Biegewellen im Material mit der auf die Oberfläche des Hindernisses projizierten Wellenlänge des einfallenden und abgestrahlten Luftschalls λ_0 übereinstimmt. Aus der Bedingung $c_0 = c_B$ oder $\lambda_0 = \lambda_B$ (Luftschallwellenlänge gleich Länge der Biegewellen im Material) ergibt sich die niedrigste Frequenz f_c , die Koinzidenzgrenzfrequenz, für welche Koinzidenz („Spuranpassung“) auftreten kann. Bei dieser Koinzidenzgrenzfrequenz kommt es zu einem erheblichen Einbruch gegenüber der aus [4-29] berechneten Schalldämmung.

Damit wird:

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m''}{B'}} = \frac{c_0^2}{2\pi t} \sqrt{\frac{12\rho(1-\mu^2)}{E}} . \quad [4-30]$$

Für Abschätzungen genügt die Beziehung:

$$f_c \approx \frac{6,4 \cdot 10^7}{t} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \approx \frac{6,4 \cdot 10^4}{c_L \cdot t} \quad [4-31]$$

mit: t Dicke des von den Schallwellen zu durchlaufenden Hindernisses (in m),

B' Biegesteifigkeit des Materials (bezogen auf seine Breite, in Nm),

c_L Longitudinalwellengeschwindigkeit im Material (in m/s),

E Elastizitätsmodul (in Pa),

μ Poissonsche Querkontraktionszahl ($\mu \approx 0,35$)

m'' flächenbezogene Masse des Hindernisses (in kg/m^2),

ρ Dichte des Materials (in kg/m^3).

Führt man den Verlustfaktor η des Materials ein, so kann für das Schalldämmmaß R im Bereich der Koinzidenz geschrieben werden:

$$R = 20 \lg \frac{\pi f m''}{\rho_0 c_0} \text{ dB} + 10 \lg \left(2\eta \sqrt{\frac{f}{f_c}} \right) \text{ dB} . \quad [4-32]$$

4.1.5 Brechung von Schallwellen

Tritt eine Schallwelle von einem Medium in ein anderes über, so wird sie bei Änderung der Schallgeschwindigkeit zwischen beiden Medien an der Grenzfläche gebrochen.

Von besonderem Interesse sind folgende Spezialfälle:

- Schallübergang an der Grenzfläche zwischen Luft und Wasser (sprunghafte Änderung der Schallgeschwindigkeit),
- Schallausbreitung in der Atmosphäre über dem Erdboden, wenn sich dabei die Schallgeschwindigkeit infolge von Temperaturgradienten und Wind stetig ändert.

4.1.5.1 Schallübergang zwischen zwei Fluiden

Beim Wechsel zwischen den beiden Fluiden gilt das Brechungsgesetz nach SNELLIUS:

$$\sin \theta_2 = \frac{c_2}{c_1} \sin \theta_1 , \quad [4-33]$$

siehe Abbildung 4-2.

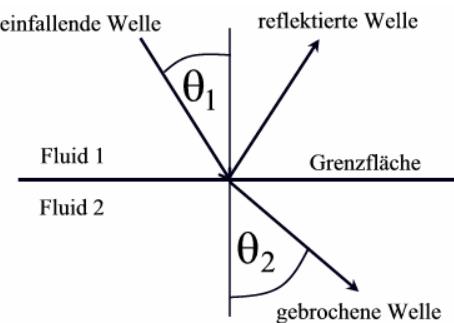


Abbildung 4-2: Brechung von Schallwellen an der Grenzfläche zweier Fluide (Refraktion), Bsp.: $c_2 > c_1$

Schlussfolgerungen aus dem Brechungsgesetz:

- Für $c_1 > c_2$, also z.B. beim Schallübergang von Wasser in Luft, wird für jede Schalleinfallsrichtung eine Schallwelle in Luft übertragen.

- Für den umgekehrten Fall $c_2 > c_1$, z. B. beim Schallübergang von Luft in Wasser, kann die Schallwelle nur mit Einfallswinkeln unterhalb eines Grenzwinkels (der sog. Glanzwinkel)

$$\sin \theta_G = \frac{c_1}{c_2} \quad [4-34]$$

in das zweite Fluid eindringen. Für Einfallsinkel größer als der Glanzwinkel wird im zweiten Fluid nur ein rasch abklingendes Nahfeld produziert.

Für den Schallübergang von Luft in Wasser gilt

$$\theta_G \approx 14^\circ . \quad [4-35]$$

Das bedeutet, dass eine Luftschaallwelle nur dann in Wasser eindringen kann, wenn ihr Einfallsinkel zur Normalen kleiner als etwa 14° ist. Schallwellen mit einem größeren Einfallsinkel werden vollständig reflektiert.

- Schallwellen werden für den Fall $c_2 > c_1$ von der Normalenrichtung weg zu größeren Brechungswinkeln abgelenkt, für den Fall $c_2 < c_1$ dagegen zur Normalenrichtung hin gebrochen.

Bei der Brechung der Schallwellen an einer Grenzfläche zwischen zwei Medien wird ein Teil der Schallenergie reflektiert (siehe 4.1.2).

4.1.5.2 Schallausbreitung bei stetiger Änderung der Schallgeschwindigkeit

Wird das Fluid in schmale Schichten mit jeweils konstanter Schallgeschwindigkeit zerlegt, so kann mit Anwendung des Brechungsgesetzes [4-33] der Strahlenverlauf konstruiert werden. Im Grenzübergang zu stetiger Änderung der Schallgeschwindigkeit (unendlich dünne Schichten) erhält man dann stetig gekrümmte Bahnen für den Schallstrahl.

Derartige Effekte werden z.B. bei der Schallausbreitung in der Atmosphäre beobachtet. Die Schallgeschwindigkeit verändert sich infolge der Temperaturschichtung mit der Höhe über dem Erdboden. Des weiteren ergibt sich die effektive Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalles aus der Überlagerung von Schallgeschwindigkeit und Windgeschwindigkeit. Letztere hängt i.A. auch von der Höhe über dem Erdboden ab (Weiteres dazu siehe 6.4.1).

Ähnliche Brechungseffekte treten auch bei der Schallausbreitung im Ozean auf. Neben den Temperaturgradienten (und den allerdings geringen Wassergeschwindigkeitsgradienten) beeinflusst vor allem auch der unterschiedliche Salzgehalt in den Meeresschichten die Schallgeschwindigkeit und damit die Beugungseffekte.

4.2 Beugung von Schallwellen

Tabelle 4-2: Übersicht Beugung von Schallwellen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
HELMHOLTZ-Zahl	He	-	4.2

Beugung ist eine nicht durch Brechung oder Reflexion bedingte Abweichung von der geradlinigen Schallausbreitung. Sie wird immer dann beobachtet, wenn Schall in seiner freien Ausbreitung durch Blenden, Schirme oder Körper behindert wird. Die Beugungerscheinungen lassen sich in zwei Gruppen unterteilen:

- Fraunhofer-Beugung: Die beugende Blende ist klein gegen die Entfernung von Quelle und Aufpunkt;
- Fresnel-Beugung: Die Entfernung von Quelle und Aufpunkt ist mit den Abmessungen des Objektes vergleichbar.

Beugungseffekte treten umso stärker in Erscheinung, je größer das Verhältnis von Wellenlänge zu den Abmessungen des Hindernisses bzw. der Öffnung ist.

Beispiele zur Beugung von Schallwellen, bei der Abschirmung durch Hindernisse:

- Auftreffen einer Wellenfront auf die Kante einer Wand (Abschirmwand, siehe auch 6.5.3):

Für hohe Frequenzen ist das Verhältnis zwischen der Abmessung des Hindernisses und der Wellenlänge groß:

$$He = \frac{L}{\lambda} \gg 1 \quad \text{HELMHOLTZ-Zahl.}$$

Hinter der Wand bildet sich eine ausgeprägte „Schattenzone“. Praktische Anwendung für diesen Frequenzbereich ist die Lärmschutzwand längs Verkehrstrassen zum Schutz der Wohngebäude. Sie ist um so wirkungsvoller, je näher die Abschirmwand entweder zur Schallquelle bzw. zum zu schützenden Aufpunkt auf der Schattenseite der Wand ist und je höher die Schirmwand ist. Schallquelle und Aufpunkt sollten sich möglichst in Bodennähe befinden.

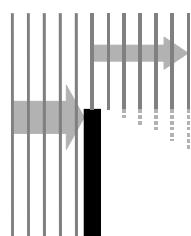


Abbildung 4-3: Schallbeugung an Kanten (hohe Frequenzen)

Bei tiefen Frequenzen ist das Verhältnis zwischen der Abmessung des Hindernisses und der Wellenlänge klein:

$$He = \frac{L}{\lambda} \ll 1 \quad \text{HELMHOLTZ-Zahl.}$$

Die Wandkante ist Quelllinie für Elementarwellen, die sich in das Gebiet hinter der Wand ausbreiten. Diese Sekundärwellen interferieren mit der primären Wellenfront. Die Schallwellen werden in den „Schattenbereich“ hinter der Wand gebogen.

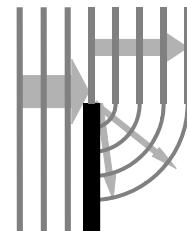


Abbildung 4-4: Schallbeugung an Kanten (tiefen Frequenzen)

- Auftreffen einer Wellenfront auf die Öffnung in einer „unendlich“ ausgedehnten Wand (z.B. Türschlitz, Schlüsselloch, Durchführungen in Kapselwänden u.Ä.)

Im Fall hoher Frequenzen breitet sich hinter der Wand ein Schallstrahl aus, d.h. eine relativ scharf gebündelte Schallwelle in Form einer seitlich begrenzten ebenen Welle.

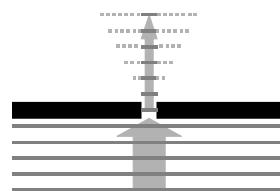


Abbildung 4-5: Schallausbreitung am Spalt (hohe Frequenzen)

Für tiefe Frequenzen wird die Öffnung in der Wand zu einer neuen Punktquelle für eine Elementarwelle, die sich halbkugelförmig in den „Schattenraum“ hinter der Wand ausbreitet. Die Energie dieser Schallwelle ist in Abhängigkeit von der Form und Größe der Öffnung geringer als die der einfallenden Welle.

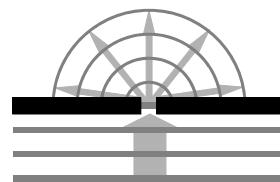


Abbildung 4-6: Schallausbreitung am Spalt (tiefen Frequenzen)

Für tiefe Frequenzen ist der akustische Öffnungsquerschnitt kleiner als der geometrische Querschnitt der Öffnung.

4.3 Streuung von Schallwellen

Tabelle 4-3: Übersicht Streuung von Schallwellen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Streuquerschnitt	S_q	m^2	4.3

Für im Verhältnis zur Wellenlänge kleine Körper gilt:

Einerseits ist die reflektierende Wirkung gering, andererseits ist hinter dem Körper das Schallfeld nur wenig gestört.

Als Kennzeichen der gestreuten Schallenergie wird der Streuquerschnitt S_q des Störkörpers definiert:

$$S_q = \frac{P_s}{\left(\frac{\tilde{p}_e^2}{\rho c} \right)} . \quad [4-36]$$

Dieser ist das Verhältnis der gestreuten Schalleistung P_s zur Intensität der einfallenden Schallwelle, z.B. für eine kleine, starre Kugel:

$$S_q = \frac{7}{9} \pi k^4 R^6 . \quad [4-37]$$

4.4 Schalldämpfung

Tabelle 4-4: Übersicht Schalldämpfung

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Dämpfungskoeffizient	α	-	4.4

Bei der Ausbreitung von Schallenergie erfahren die akustischen Wellen eine Dämpfung. Die dazu führenden physikalischen Phänomene sind in Anhang A2 erläutert. Wie bei den meisten natürlichen Vorgängen folgt der Abfall der Amplitude einer e-Funktion. Für den Schalldruck bedeutet das (vgl. [1-15]):

$$p(x,t) = \hat{p} \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot e^{j(\omega t - kx)} . \quad [4-38]$$

x und t verweisen auf die Orts- und Zeitabhängigkeit der Schallfeldgrößen. Mit α wird der natürlichen Dämpfung im Fluid infolge Viskosität und Wärmeleitung Rechnung getragen. Diese ist jedoch erst bei höheren Frequenzen und größeren Entferungen von der Quelle von Bedeutung.

Die Umwandlung der Schallenergie in Wärmeenergie (Dissipation) erfolgt durch die folgenden physikalischen Vorgänge:

Der Streuquerschnitt ist für $He = kR \ll 1$ immer kleiner als der in die Einfallsebene projizierte Querschnitt πR^2 der Kugel.

Bei großen Körpern (im Verhältnis zur Wellenlänge), d.h. $He \gg 1$, gilt:

Die Gestalt des Körpers beeinflusst durch die Richtungsverteilung des gestreuten Schalls das Schallfeld vor und hinter dem Körper. Hinter dem Körper wird durch die von den Kanten des Körpers ausgehenden Beugungswellen ein kompliziertes Beugungsschallfeld („Schattenzonen“) aufgebaut (siehe 4.2). Für das Schallfeld auf der vorderen Seite wird meist nicht von Streuung, sondern von Reflexion gesprochen (siehe 4.1.2).

- Wirkung der Zähigkeit (Viskosität) des Fluids (siehe Anhang A2.1 und A2.4),
- Wärmeleitungsvorgänge (siehe Anhang A2.4),
- Molekulare Relaxationsvorgänge (molekulare Luftabsorption, siehe Anhang A2.5).

Von praktischer Bedeutung erweist sich die Dämpfung in Fluiden bei der Schallausbreitung über größere Entfernungen, d.h. durch Viskositäts-, Wärmeleitungs- und Relaxationsvorgänge, und bei der gewollten Schallabsorption als Maßnahme zur Lärminderung. Dabei spielt oft der Schalldurchgang durch enge Kanäle eine wesentliche Rolle (siehe Anhang A2.2 und A2.3).

Näheres zur Schalldämpfung in Luft wird in 6.3 erläutert.

5 Schallfelder mit Berandungen

5.1 Schallfelder in Räumen

Tabelle 5-1: Übersicht Schallfelder in Räumen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI-Einheit	siehe Abschnitt
Eigenfrequenz	f_{lmn}	Hz	5.1.3
Grenzfrequenz	f_{gr}	Hz	5.1.5
Nachhallzeit	T	s	5.1.8
Äquivalente Absorptionsfläche	A	m^2	5.1.9, 5.1.10, 5.1.11
Absorptionsgrad	α	-	5.1.9, 5.1.10, 5.1.16
Raumschall-Energiedichte	w	J/m^3	5.1.12
Hallradius, Hallabstand	$r_H, r_{H,y}$	m	5.1.13
Reflexionsfaktor	r	-	5.1.15
Wandimpedanz	Z_W	kg/m^2s	5.1.17
Strömungswiderstand	Ξ	Ns/m^4	5.1.19
Resonanzkreisfrequenz	ω_0	s^{-1}	5.1.23

5.1.1 Modellschallfelder

Ein Freifeld (auch freies Schallfeld) liegt dann vor, wenn bei Schallausbreitung in einem homogenen isotropen Medium dessen Ränder einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Schallwelle ausüben. Dieser Fall ist insbesondere dann gegeben, wenn keine Ausbreitungswege zwischen Schallquelle und Aufpunkt über Reflexionen an Raumbegrenzungsflächen oder Streukörpern führen und Inhomogenitäten des Mediums bzw. Absorption im Medium nicht berücksichtigt werden müssen. An einem Aufpunkt wird dann nur der von der Quelle emittierte ungedämpfte Direktschall angetroffen.

Das Freifeld dient als Modellschallfeld zur Behandlung der Schallausbreitung außerhalb geschlossener Räume. Auch innerhalb geschlossener Räume kann man sich dieses Modells bedienen, wenn am Aufpunkt die Energiedichte des Direktschalls den dominierenden Beitrag zur gesamten Energiedichte liefert. Dieser Fall ist in Räumen innerhalb des Hallabstandes r_H (vgl. 5.1.13) gegeben.

Schallfelder in Räumen entstehen durch die vielfache Reflexion von Wellen an den Raumbegrenzungen. Dabei ist im Allgemeinen davon auszugehen, dass die exakten Eigenschaften des Feldes von Art und Position des Schallsenders sowie von den (unterschiedlichen) Wandimpedanzen der Raumbegrenzungen abhängen.

Zur Beschreibung von Schallfeldern in Räumen verwendet man zwei Ansätze, die Näherungen in unterschiedlichen Frequenzbereichen darstellen. Somit unterscheidet man zwischen "kleinen" und "großen" Räumen, jeweils betrachtet im Vergleich mit der Wellenlänge. Im Falle

kleiner Räume überwiegen die wellentheoretisch basierten modalen Effekte mit ausgeprägten Maxima und Minima, bei größeren Räumen und/oder hohen Frequenzen kann man eher mit strahlenbasierten geometrischen Ansätzen arbeiten (siehe 5.1.6 ff).

5.1.2 Stehende Wellen

Zur theoretischen Behandlung dieses Problems kann man zunächst auf wellentheoretische Ansätze durch Lösen der Helmholtz-Gleichung (siehe 2.2.2)

$$\Delta \underline{p} + k^2 \underline{p} = 0 \quad [5-1]$$

unter den gegebenen Randbedingungen zurückgreifen. Vorausgesetzt, ein gegen die Wellenlänge dünnes Rohr wird durch zwei schallharte Wände im Abstand L begrenzt, so bilden sich vor beiden Abschlüssen stehende Wellen aus, die sich in der Mitte treffen, d.h. zu einem eindeutigen Amplitudenwert führen müssen. Das ist der Fall, wenn

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad [5-2]$$

ist, woraus sich für die Frequenz die Bedingung

$$f_n = n \frac{c}{2L} \quad [5-3]$$

und für die Kreiswellenzahl

$$k_n = \frac{2\pi f_n}{c} \quad [5-4]$$

($n = \text{ganze Zahl}$) ergibt (vgl. auch 5.2.1.2). Bei anderen Frequenzen ist kein Schallfeld im Rohr möglich. Die zugehörige Schalldruckverteilung ist

$$p_n(x, t) = p_0 \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{j\omega_n t} \quad [5-5]$$

($\omega_n = 2\pi f_n$). Die Frequenzen f_n heißen Eigenfrequenzen, die zugehörigen Verteilungen des Schalldruckes Moden oder Eigenschwingungen des eindimensionalen Raumes.

5.1.3 Eigenfrequenzen und Eigenschwingungen

Für dreidimensional begrenzte Räume kann diese Beschreibung ebenfalls verwendet werden. Die allgemeine Lösung für einen Quaderraum der Abmessungen L_x , L_y , L_z lautet

$$f_{lmn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2} \quad [5-6]$$

mit Eigenschwingungen gemäß

$$p_{lmn}(x, y, z, t) = p_0 \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) e^{j\omega_{lmn} t} \quad [5-7]$$

und $l, m, n = 1, 2, 3, \dots$.

5.1.4 Gedämpfte Eigenschwingungen

Falls die Raumbegrenzungen nicht schallhart sind, sondern durch eine endliche komplexe Wandimpedanz Z entsprechend einem Reflexionsfaktor ρ beschrieben werden müssen, kann die Herleitung der Eigenschwingungen in gleicher Weise wie in 5.1.2 erläutert erfolgen. Der Unterschied besteht lediglich darin, dass das stehende Wellenfeld "verstimmt" werden muss, um die Randbedingungen zu erfüllen. Die Eigenschwingungen sind nun gegeben durch

$$k_n = \frac{\omega_n}{c} + j \frac{\delta_n}{c} \quad [5-8]$$

wobei δ_n die Dämpfungskonstante der n -ten Eigenschwingung ist.

Anmerkung:

Der Begriff der Eigenschwingung und dessen Eigenschaften ist auf Räume beliebiger Form anwendbar. Im Falle eines Zylinderraumes oder anderer in einfachen Koordinatensystemen beschreibbarer Geometrien sind die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungen ebenfalls analytisch berechenbar. Für beliebig geformte Räume ergeben die Lösungen der Helmholtz-Gleichung zwar auch derartige Schwingungstypen mit ähnlichen räumlicher Strukturen und ähnlicher Lage und Anzahl von Eigenfrequenzen, jedoch ist deren Berechnung im allgemeinen aufgrund schwer formulierbarer Randbedingungen mit analytischen Mitteln nicht möglich und wird üblicherweise mit numerischen Mitteln gelöst.

5.1.5 Stationäres Schallfeld, Raumübertragungsfunktion

Für beliebig geformte Räume lässt sich das Schallfeld, welches durch eine (Punkt-) Schallquelle angeregt wird,

an einem anderen Punkt im Raum durch eine komplexe Übertragungsfunktion $H(\omega)$ allgemein in der Form

$$H(\omega) = \sum_v \frac{a_v}{\omega^2 - \omega_v^2 - 2j\omega_v\delta_v} \quad [5-9]$$

beschreiben (v = Zahlentripel aus l , m und n). Die Koeffizienten a_v hängen von den Positionen der Quelle und des Empfangspunktes ab. Wichtig ist vor allem der Term im Nenner, der in der Nähe der Eigenfrequenzen sehr klein wird, was sich in $H(\omega)$ durch lokale Maxima bemerkbar macht. Diese Maxima werden "Raumresonanzen" genannt. Sie bestimmen den Frequenzgang der Übertragungsstrecke zwischen zwei Punkten im Raum. Betrachtet man die additive Überlagerung zahlreicher komplexer Raumresonanzen mit den Resonanzfrequenzen f_v und den Halbwertsbreiten

$$(2\Delta\omega)_v = 2\delta_v, \quad [5-10]$$

so sind zwei Grenzfälle zu unterscheiden:

- 1.) Die Halbwertsbreiten sind klein im Vergleich zum Abstand benachbarter Resonanzen. Dies tritt bei tiefen Frequenzen auf. Die Raumübertragungsfunktion $H(\omega)$ ist durch diskrete Resonanzen bestimmt.
- 2.) Die Halbwertsbreiten sind groß oder sehr groß im Vergleich zum Abstand benachbarter Resonanzen. Dies tritt bei hohen Frequenzen auf. Die Raumübertragungsfunktion $H(\omega)$ ist durch ein zwar deterministisches, aber in der Feinstruktur quasi-stochastisches Verhalten gekennzeichnet. Der grobe Verlauf (etwa gemittelt in Terz- oder Oktavbändern) gibt Aufschluss über die in den Raum eingespeiste Schallleistung und über die mittleren Absorptionsverluste (siehe auch 5.1.12).

Die Grenze zwischen den Extremfällen ("kleiner Raum", "großer Raum", siehe 5.1.6) lässt sich durch die Grenzfrequenz nach Schroeder

$$f_{gr} \approx 2000 \sqrt{\frac{T}{V}} \quad [5-11]$$

f_{gr}	T	V
Hz	s	m^3

angeben, mit T als Nachhallzeit in s (siehe 5.1.8) und V als Raumvolumen in m^3 .

5.1.6 Geometrische Akustik

Ein anderes Bild der Schallausbreitung in Räumen basiert auf der Vorstellung von Schallenergie in Form einer Ausbreitung von Schallstrahlen statt auf einem Wellenbild. Schallstrahlen werden an den Raumwänden geometrisch reflektiert oder diffus gestreut. Auch Mischformen dieser beiden Reflexionsarten sind möglich. Bei jeder Reflexion an einer Wand mit dem Absorptionsgrad α ist ein Energieverlust von $(1-\alpha)$ anzusetzen. Dieser Ansatz ist eine gute Näherung im Falle großer Räume, großer Wandflächen und kleiner Absorptionsgrade.

5.1.7 Diffuses Schallfeld

Ein Schallfeld in einem Raum heißt "diffus", wenn sich der Schall in alle Richtungen gleichmäßig ohne Vorzugsrichtung ausbreitet (isotrop). Folge eines ideal isotropen diffusen Schallfeldes ist dessen Homogenität, d.h. Konstanz der Schallenergiedichte im Raum (siehe 5.1.12). Reale Räume kommen diesem Idealfall normalerweise recht nahe, jedenfalls im Rahmen der Genauigkeit vieler praktischer akustischer Problemstellungen in Raumakustik und Bauakustik.

5.1.8 Nachhallzeit

Schaltet man zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Schallquelle im Raum plötzlich ab, so hört das Schallsignal nicht abrupt auf, sondern klingt in einer für den Raum charakteristischen Weise langsam ab. Dieser Vorgang wird Nachhallzeit genannt. Die Dauer des Abklingvorganges wird mit der Nachhallzeit T angegeben. Sie ist definiert als diejenige Zeit, die benötigt wird, damit der Schalldruckpegel im Raum nach Abschalten der Quelle um 60 dB abfällt (siehe Abbildung 5-1).

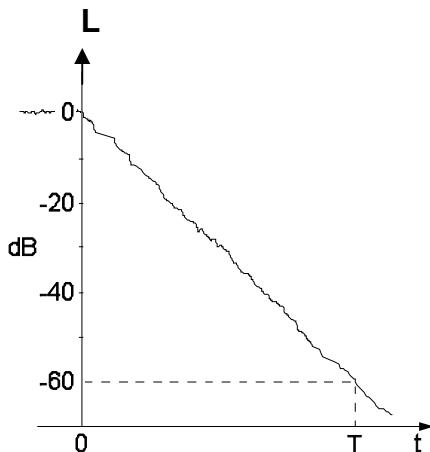


Abbildung 5-1: Schematischer Pegel-Zeit-Verlauf zur Bestimmung der Nachhallzeit

Da die Schallabsorptionseigenschaften in einem Raum im Allgemeinen frequenzabhängig sind, ist auch die Nachhallzeit frequenzabhängig.

Es gilt:

$$T = 55,262 \frac{V}{A_c}$$

bzw. näherungsweise

$$T = 0,16 \frac{V}{A}, \quad [5-12]$$

T	V	A
s	m^3	m^2

Dabei ist V das Volumen des Raumes und A die "äquivalente Absorptionsfläche" (siehe 5.1.9).

5.1.9 Äquivalente Absorptionsfläche

Die äquivalente Absorptionsfläche A ist diejenige fiktive geometrische Fläche mit hundertprozentiger Absorption,

welche in einem diffusen Schallfeld den gleichen Abklingvorgang liefert wie die tatsächlich vorliegende Raumoberfläche mit den tatsächlich vorliegenden Absorptionsgraden.

Setzt man für A

$$A_{\text{Eyring}} = -S \ln(1 - \alpha), \quad [5-13]$$

mit S als Raumoberfläche und α als mittlerem Absorptionsgrad, so wird T (siehe [5-12]) "Eyring'sche Nachhallzeit" genannt. Im Falle kleiner mittlerer Absorptionsgrade kann man $-\ln(1 - \alpha) \approx \alpha$ nähern und die äquivalente Absorptionsfläche zu

$$A_{\text{Sabine}} = \alpha S \quad [5-14]$$

angeben. Die für diesen Fall vereinfachte Formel

$$T = 0,16 \frac{V}{\alpha S} \quad [5-15]$$

T	V	A
s	m^3	m^2

wird "Sabine'sche Nachhallformel" genannt. Sie ist in den meisten praktischen Fällen der Raum- und Bauakustik genügend genau.

5.1.10 Verteilte Absorption

Üblicherweise ist die Absorption im Raum auf den Flächen (der Anzahl N) uneinheitlich verteilt, z.B. gemäß der Verteilung α_i auf den Flächen S_i . Der mittlere Absorptionsgrad ergibt sich dann aus

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i S_i}{\sum_{i=1}^N S_i}. \quad [5-16]$$

Das Absorptionsvermögen eines Raumes wird jedoch erst dann vollständig beschrieben, wenn auch Einrichtungsgegenstände, Absorberelemente und Personen ($\sum A_j$) sowie bei großen Räumen die Absorption in Luft (A_L) Berücksichtigung finden. Damit wird

$$A = \sum_{i=1}^n S_i \cdot \alpha_i + \sum A_j + A_L \quad [5-17]$$

5.1.11 Luftabsorption

Schallabsorption im Medium Luft wird durch die Dissipationskonstante m angegeben. Sie ist ein Maß für die entfernungsabhängige Abnahme der Schallintensität gemäß $\exp(-mx)$ (vgl. auch 1.3.10, 4.4 und A2.5). In Räumen wird dieser Effekt durch einen additiven Zusatz in der äquivalenten Absorptionsfläche berücksichtigt:

$$A_{\text{Eyring}} = -S \ln(1 - \alpha) + 4mV \quad [5-18]$$

bzw. $A_{\text{Sabine}} = S\alpha + 4mV. \quad [5-19]$

5.1.12 Energiedichte im stationären Schallfeld

Bei stationärer Anregung des Raumes mit einem breitbandigen Signal (z.B. Rauschen) der Schalleistung P

ergibt sich im diffusen Schallfeld eine konstante (orts-unabhängige) Energiedichte (siehe 1.4.1) gemäß

$$w = \frac{4P}{cA} = \frac{PT}{13,8V}. \quad [5-20]$$

Diese Energiedichte entspricht dem Mittelwert der statio-nären Raumübertragungsfunktion (siehe 5.1.5) über Frequenzbänder (z.B. Terzen oder Oktaven).

Nahe der Schallquelle kommt der Anteil der direkten Übertragung von der Quelle zum Empfänger zu tragen, der sog. "Direktschall". Er besitzt im Abstand r die Energiedichte (siehe auch 2.3.2)

$$w_{\text{direkt}} = \frac{P}{4\pi cr^2}. \quad [5-21]$$

5.1.13 Hallradius, Hallabstand

Den Abstand, an welchem Diffusfeld-Energiedichte und Direktschallenergiedichte gleich sind, nennt man "Hallradius" r_H :

$$r_H = \sqrt{\frac{A}{16\pi}} \approx \frac{\sqrt{A}}{7}. \quad [5-22]$$

Falls die Schallquelle eine Richtwirkung mit dem Bündelungsgrad γ oder dem Bündelungsmaß $10 \lg \gamma$ (Definition siehe [3-47]) aufweist, spricht man vom "Hallabstand"

$$r_{H,\gamma} = \sqrt{\frac{\gamma A}{16\pi}} \approx \frac{\sqrt{\gamma A}}{7}. \quad [5-23]$$

5.1.14 Schallabsorber

Für die energetischen Verluste, die Schallwellen in Räumen erleiden können, gibt es mehrere Prozesse. Zum einen werden Schallwellen an Flächen unvollständig reflektiert (d.h. transmittiert oder in Wärme umgewandelt), und zum anderen erleiden sie im Ausbreitungsme-dium selbst Verluste durch Energiedissipation. In den folgenden Abschnitten werden die verschiedenen Mechanismen und Konstruktionsprinzipien beschrieben, die für Flächenabsorption verantwortlich sind. Grundsätzlich kommt diese Art der Absorption dadurch zustande, dass die Oberflächen entweder Poren enthalten, in denen die Luft unter Einwirkung des äußeren Schallfeldes hin- und herbewegt wird, was zu Verlusten durch innere Reibung führt (poröse Absorption), oder dass die Wände selbst nicht starr sind und Schallenergie durch Mitschwingen verzehren (mitschwingende Absorber).

5.1.15 Reflexionsfaktor

Fällt eine ebene Schallwelle auf eine unendlich ausgedehnte glatte Fläche, so wird sie an dieser nach dem Reflexionsgesetz zurückgeworfen. Dabei verringert sich ihre Amplitude, zugleich ändert sich die Phase um einen Betrag β . Wird die unter einem Winkel ϑ auftreffende Welle durch

$$\underline{p}_1(x, y, t) = \hat{p} e^{j(\omega t - kx \cos \vartheta - ky \sin \vartheta)} \quad [5-24]$$

beschrieben, so gilt für die reflektierte Welle

$$\underline{p}_2(x, y, t) = \hat{p} r e^{j(\omega t + kx \cos \vartheta - ky \sin \vartheta)} \quad [5-25]$$

mit dem Reflexionsfaktor $r = |r| e^{j\beta}$. Er ist über

$$r = \frac{\underline{p}_r}{\underline{p}_e} = \frac{\underline{Z}_w \cos \vartheta - Z_0}{\underline{Z}_w \cos \vartheta + Z_0} \quad [5-26]$$

mit der Wandimpedanz \underline{Z}_w verknüpft (siehe 4.1.2). Diese ist als das Verhältnis des gesamten Schalldrucks zur wandnormalen Komponente der Gesamtschnelle, beides an der Wand, definiert. Hängt sie nicht vom Einfallsinkel ϑ ab, so spricht man von einer "lokal reagierenden" Wandfläche.

Ist die Wand die Grenzfläche zu einem anderen, einseitig unbegrenzten Medium, dann ist für \underline{Z} dessen Wellenwi-derstand Z_0 einzusetzen.

5.1.16 Absorptionsgrad

Für die Praxis besonders wichtig ist der "Absorptionsgrad" α , der das Verhältnis der Intensitäten der nicht reflektierten und der einfallenden Welle ist:

$$\alpha = \frac{|\underline{p}_e|^2 - |\underline{p}_r|^2}{|\underline{p}_e|^2} = 1 - |r|^2. \quad [5-27]$$

Anmerkung:

Darüber hinaus gibt es auch eine unvermeidliche Schall-absorption an Flächen, die durch zwei Mechanismen verursacht wird: Zum einen bleiben die an einer starren, unporigen Wand anliegenden Luftmoleküle in Ruhe, so dass selbst bei einer Wandimpedanz $Z = \infty$ ($r = +1$) nicht nur die normale, sondern auch die tangentiale Schallschnellekomponente verschwinden muss. Diese führt bei schrägem Schalleinfall ($\vartheta \neq 0$) zur Ausbildung einer "Zähigkeitsgrenzschicht", in der Verluste durch innere Reibung in der Luft auftreten. Zum anderen hat die Wand eine so große Wärmekapazität, dass sie die adiabatischen Temperaturschwankungen in einer freien Schallwelle nicht mitmachen kann, weshalb in ihrer Nähe erhöhte Verluste durch Wärmeleitung auftreten. Beide Verlustursachen führen zu einer geringen, vom Einfalls-winkel und der Frequenz abhängigen Wandabsorption.

5.1.17 Wandimpedanz

Der Definition der Wandimpedanz aus den Schallfeld-größen und der Zusammenhang zwischen der Wandimpedanz und dem Reflexionsfaktor lautet (siehe auch 4.1.2)

$$\underline{Z} = \left(\frac{\underline{p}}{\underline{v}_n} \right)_{x=0} = \frac{Z_0}{\cos \vartheta} \frac{1+r}{1-r} \quad [5-28]$$

oder

$$\underline{\zeta} = \frac{1}{\rho_0 c} \left(\frac{\underline{p}}{\underline{v}_n} \right)_{x=0} = \frac{1}{\cos \vartheta} \frac{1+r}{1-r}, \quad [5-29]$$

worin $\underline{\zeta} = \underline{Z}_w/Z_0$ die "spezifische Wandimpedanz" ist.

Man unterscheidet folgende Grenzfälle:

- schallhart: $\zeta = \infty, r = +1$: die wandnormale Schallschnelle kommt bei $x = 0$ zur Ruhe (Leerlauf);
- schallweich: $\zeta = 0, r = -1$: der Schalldruck bei $x = 0$ verschwindet (Kurzschluss);
- totalabsorbierend: $\zeta = 1, r = 0$: keine reflektierte Welle vorhanden (Anpassung).

Komplexe Impedanzen ζ stellt man anhand des Real- und Imaginärteiles, anhand des Betrages und der Phase oder anhand der Ortskurve dar. Gebräuchlich ist ferner der Begriff der Admittanz als Kehrwert der Impedanz, $G = 1/Z$, zur Charakterisierung von absorbierenden Stoffen.

Der Absorptionsgrad kann mittels

$$\alpha = \frac{4 \operatorname{Re}\{\zeta\} \cos \vartheta}{1 + 2 \operatorname{Re}\{\zeta\} \cos \vartheta + |\zeta|^2 \cos^2 \vartheta} \quad [5-30]$$

aus der spezifischen Wandimpedanz bestimmt werden und ist im Allgemeinen frequenz- und richtungsabhängig.

5.1.18 Poröse Materialien, "Höhenschlucker"

Die Eigenschaften eines porösen Materials werden im Wesentlichen durch seine Porosität σ (= Bruchteil des Porenvolumens zum Gesamtvolumen) und durch den längenspezifischen Strömungswiderstand Ξ gekennzeichnet.

5.1.19 Strömungswiderstand

Durch eine Druckdifferenz Δp_0 zwischen Vorder- und Rückseite eines Prüfstücks der Dicke Δx (vgl. Abbildung 5-2) wird eine Luftströmung mit der Geschwindigkeit v_0 erzeugt. Dann ist der Strömungswiderstand Ξ :

$$\Xi = \frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{1}{v_0}. \quad [5-31]$$

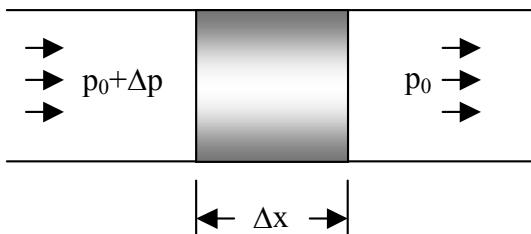


Abbildung 5-2: Druckdifferenz Δp_0 zwischen Vorder- und Rückseite eines Prüfstücks der Dicke Δx

Daten einiger Stoffe (Anhaltswerte nach Cremer und Müller, [30]):

Material	σ	Ξ in 10^3 Ns/m^4
Filz	0,9	20 - 80
Mineralwolle	0,95	6 - 30
Poröser Putz	0,60	8 - 50
Faserstoffplatten	0,65 - 0,8	3.000 - 26.000
Ziegelstein	0,25 - 0,3	130.000

5.1.20 Schallwellen im porösen Medium

Durch Berücksichtigung der Reibung in den Poren nach [5-31] wird aus der Bewegungsgleichung [2-2] in eindimensionaler Form

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t} + \Xi \sigma v_x, \quad [5-32]$$

während die Kontinuitätsgleichung [2-6] praktisch unverändert bleibt:

$$-\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad [5-33]$$

Dabei ist v_x die Schallschnelle im Inneren der Poren. Wenn man diese Gleichungen mit dem allgemeinen Ansatz für eine ebene Welle lösen möchte, findet man

$$p = \hat{p} e^{j(\omega t - kx)}, \quad v_x = \frac{p}{Z'_0} \quad [5-34]$$

und eine komplexe Kreiswellenzahl

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{j \sigma \Xi}{\rho_0 \omega}} \quad [5-35]$$

mit

$$Z'_0 = \rho_0 c \sqrt{1 - \frac{j \sigma \Xi}{\rho_0 \omega}}. \quad [5-36]$$

Z'_0 ist der "innere Wellenwiderstand" des Materials. Da die Wellenzahl komplex ist, liegt Ausbreitungsdämpfung vor. Man kann die ortsabhängige Abnahme der Schallintensität durch eine Ausbreitungsdämpfung proportional zu $\exp(-mx)$ beschreiben, wobei $m = 2 \operatorname{Im} k$ der zweifache Imaginärteil der komplexen Wellenzahl ist.

Da die Luftströmung sich beim Eintreten in die Poren zusammenziehen muss, ist die wandnormale Komponente der Schnelle an der Oberfläche des porösen Materials $v_a = \sigma v_x$. Eine unendlich dicke poröse Schicht hat daher bei senkrechtem Schalleinfall die Wandimpedanz:

$$Z_W = \frac{Z'_0}{\sigma}. \quad [5-37]$$

5.1.21 Eingangsimpedanz und Absorptionsgrad eines porösen Absorbers

Hat die poröse Absorberschicht die Dicke d und ist rückseitig mit einer schallharten Wand abgeschlossen, dann ergibt sich aufgrund der Leitungstheorie die Wandimpedanz als "Eingangsimpedanz" der Anordnung zu:

$$\underline{Z}_W = -j \frac{\underline{Z}'_0}{\sigma} \cot \underline{kd} . \quad [5-38]$$

Qualitativ können folgende Konsequenzen aus dieser Gleichung gezogen werden:

a) Für $\underline{kd} \ll 1$ (Schichtdicke \ll Wellenlänge) wird wegen $\cot(\underline{kd}) \approx 1/\underline{kd}$ die Wandimpedanz sehr groß und der Absorptionsgrad daher sehr klein.

b) Mit $\underline{k} = \omega/c' - j m/2$ (c' = Schallgeschwindigkeit im porösen Material) wird

$$\cot \underline{kd} = \frac{\sin(2\omega d/c') + j \sinh(md)}{\cosh(md) - \cos(2\omega d/c')} . \quad [5-39]$$

Bei $md \gg 1$ (starke Dämpfung der Welle im Inneren) wird daher $\cot \underline{kd} \approx j$ und

$$\underline{Z}_W = \frac{\underline{Z}'_0}{\sigma} , \quad [5-40]$$

d.h. die Schicht ist scheinbar unendlich dick. Da \underline{Z}'_0 monoton mit der Frequenz abnimmt, wächst der Absorptionsgrad monoton bis auf den Grenzwert

$$\alpha_\infty = \frac{4\sigma}{(1+\sigma)^2} \quad [5-41]$$

an.

Im Grenzfall sehr tiefer und sehr hoher Frequenzen gilt:

$$\underline{Z}_W \approx \begin{cases} c \sqrt{\frac{\Xi \rho_0}{2\omega\sigma}} (j-1) & \text{für } \omega \rightarrow 0 \\ \frac{\rho_0 c}{\sigma} \left(1 - j \frac{\Xi \sigma}{2\omega \rho_0}\right) & \text{für } \omega \rightarrow \infty \end{cases} , \quad [5-42]$$

woraus folgt

$$\alpha \approx \begin{cases} 2 \sqrt{\frac{2\omega\sigma\rho_0}{\Xi}} & \text{für } \omega \rightarrow 0 \\ \frac{4\sigma}{(\sigma+1)^2 + \frac{\sigma^2 \Xi^2}{4\rho_0^2 \omega^2}} & \text{für } \omega \rightarrow \infty \end{cases} . \quad [5-43]$$

c) Ist der Strömungswiderstand und damit die Dämpfung im Inneren nur gering, dann überlagern sich dem monotonen Anstieg Schwankungen von α : Immer, wenn $\omega d/c'$ ein ungeradzahliges Vielfaches von $\pi/2$, die Dicke d also ein ungeradzahliges Vielfaches der Viertelwellenlänge ist, wird der Kotangens besonders klein und man beobachtet ein Maximum des Absorptionsgrads.

5.1.22 Biegeweiche mitschwingende Wände

Fällt eine Schallwelle auf eine biegeweiche Wand, so wird diese (als Ganzes) zum Schwingen angeregt. Zugleich wird auf der abgewandten Seite eine Schallwelle abgestrahlt. Ist m' die flächenbezogene Masse der

Wand (in kg/m^2) und vernachlässigt man die Randeinspannung der Wand, dann ist ihre Impedanz bei senkrechtem Schalleinfall entsprechend [4-25]

$$\underline{Z}_W = j\omega m' + \underline{Z}_0 , \quad [5-44]$$

woraus sich der Absorptionsgrad

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega m'}{2Z_0}\right)^2} \quad [5-45]$$

ergibt. Er fällt aufgrund der Massenträgheit mit wachsender Frequenz monoton.

In der Praxis macht sich diese Art der Absorption nur bei dünnen Wänden (z.B. Fensterscheiben) bemerkbar und auch da nur bei tiefen Frequenzen.

5.1.23 Resonanzabsorber ("Tiefenschlucker")

Bei Montage einer schwingungsfähigen Wand im Abstand d vor einer schallharten Wand erhält man einen Resonanzabsorber. Der Luftraum der Dicke d wirkt wie eine schallhart abgeschlossene akustische Leitung und hat somit allein die Eingangsimpedanz $-j Z_0 \cot \underline{kd}$. Die ganze Wandverkleidung hat daher die Wandimpedanz

$$\underline{Z}_W = j(\omega m' - Z_0 \cot \underline{kd}) . \quad [5-46]$$

Ist $\underline{kd} \ll 1$, dann ist $\cot \underline{kd} \approx 1/\underline{kd}$ und daher

$$\underline{Z}_W = j\left(\omega m' - \frac{Z_0 c}{\omega d}\right) . \quad [5-47]$$

Das Luftpolster wirkt also wie eine Feder mit der flächenbezogenen Nachgiebigkeit

$$n' = \frac{d}{Z_0 c} . \quad [5-48]$$

Bei der Resonanzkreisfrequenz

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m'n'}} = \sqrt{\frac{Z_0 c}{m'd}} \quad [5-49]$$

verschwindet diese Impedanz, die Schwingungsamplitude würde sehr groß, wenn nicht auch Verluste vorhanden wären. Diese können z.B. durch Biegung der Verkleidung verursacht werden (elastische Verluste). Um eine höhere Absorption zu erhalten, kann man den Hohlraum zusätzlich ganz oder teilweise mit porösem Material füllen.

Daher ist die Gleichung durch

$$\underline{Z}_W = w + j\left(\omega m' - \frac{Z_0 c}{\omega d}\right) \quad [5-50]$$

zu ersetzen, woraus sich im Resonanzfall der Absorptionsgrad

$$\alpha_{\max} = \frac{4wZ_0}{(w+Z_0)^2} \quad [5-51]$$

ergibt (w ist der Reibungswiderstand).

Derartige Resonanzabsorber spielen in der Raumakustik eine große Rolle, da man mit ihnen durch geeignete Dimensionierung Wände mit weitgehend vorgebbarer Absorption herstellen kann. Des Weiteren gibt es Ausführungen mit stark verlustbehafteten Masseschichten in Form von Folien oder Membranen, die trotz recht geringer Bautiefe erhebliche Absorptionsgrade aufweisen können.

5.1.24 Helmholtz-Resonator

Mit Hilfe von Loch- oder Schlitzplatten kann man sog. "Helmholtz-Resonatoren" realisieren. Die Federwirkung ist die gleiche wie zuvor geschildert. Die effektive mit-schwingende Masse m'' entspricht der Masse der Luft in den Löchern:

$$m'' = \frac{\rho_0}{\sigma} (b + 1,6 a). \quad [5-52]$$

Hierin ist b die Plattendicke, a der Radius der als kreisförmig angenommenen Löcher und σ der "Perforations-

grad", d.h. der Bruchteil der Öffnungsfläche an der Gesamtfläche.

5.1.25 Absorption von Publikum und Gestühl

In den meisten Auditorien oder sonstigen Sälen wird der Hauptteil der Schallabsorption durch die Zuhörer, bei Polstergestühl auch durch die Sitze (besetzt oder unbesetzt) verursacht. Rechnerisch kann er entweder durch die Angabe eines Absorptionsgrads für geschlossene Publikums- oder Gestühlflächen berücksichtigt werden oder aber durch die Absorptionsfläche des einzelnen Zuhörers bzw. Sitzes. Leider gestaltet sich die Berechnung des Absorptionsvermögens von Gestühl oder von Publikum als praktisch undurchführbar, selbst wenn die Absorptionsgrade der Polsterung oder anderer Teile des Gestühls bekannt sind. Man ist daher darauf angewiesen, die äquivalente Absorptionsfläche einer Anordnung oder den entsprechenden Absorptionsgrad mit dem Hallraumverfahren (DIN EN ISO 354) messen zu können.

5.2 Schallfelder in Rohren und Kanälen

Tabelle 5-2: Übersicht Schallfelder in Rohren und Kanälen

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Ebene Wellen bei beliebigem Rohr- / Kanalabschluss			5.2.1
Wandimpedanz	Z_w	Ns m^{-3}	5.2.1
Fortschreitende Welle			5.2.1.1
Stehende Welle			5.2.1.2
Reflexionsfaktor	r	-	5.2.1.2
Absorptionsgrad	α	-	5.2.1.2
Resonanz			5.2.1.2
Ausbreitungsdämpfung			5.2.1.3
Ausbreitungskoeffizient	γ	m^{-1}	5.2.1.3
Wellen höherer Ordnung, Moden			5.2.2
cut-off-Frequenz Rechteckkanal	$f_{c.o.}$	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$	5.2.2.1
Dispersion			5.2.2.1
cut-off-Frequenz Kreisrohr	$f_{c.o.}$	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$	5.2.2.2
Querschnittssprung			5.2.3.1
Allmähliche Querschnittsänderung			5.2.3.2
Auskleidung			5.2.4
Ausbreitungsdämpfung	D_a	dB	5.2.4.1
Durchgangsdämpfungsmaß	D_t	dB	5.2.4.2
Einfügungsdämpfungsmaß	D_i	dB	5.2.4.3

Unter einem Rohr werden im Folgenden vornehmlich Kreisrohre, unter einem Kanal Rechteckkanäle verstanden.

5.2.1 Ebene Wellen

Die Phasenflächen ebener Wellen in einem Rohr oder Kanal sind parallele Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung entlang der Rohr- oder Kanalachse. In einem Rohr oder Kanal breiten sich dann ebene Wellen aus, wenn die Wellenlänge λ sehr viel größer als die charakteristischen Querabmessungen des Rohres oder Kanals ist (siehe Abbildung 5-3).

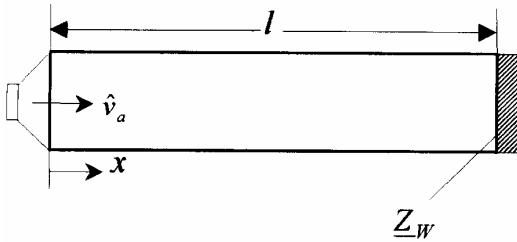


Abbildung 5-3: Charakteristische Größen für die Schallausbreitung in Rohren

Unter den Voraussetzungen, dass

- die Rohr- oder Kanalwände steif und glatt sind,
- keine Dämpfung durch innere Reibung im Medium existiert, durch das sich der Schall ausbreitet (Ausbreitungsdämpfung),
- bei $x = 0$ eine Schallquelle mit der über den Querschnitt konstanten Schnelle $v = \hat{v}_a \cos \omega t$ liegt,
- das Rohr oder der Kanal bei $x = l$ durch eine Wand mit der spezifischen Schallimpedanz der Wand (Wandimpedanz, siehe 4.1.2 und 5.1.17)

$$\underline{Z}_W = \frac{\hat{p}}{\hat{v}} \quad [5-53]$$

abgeschlossen ist, ergeben sich Schalldruck und -schnelle entlang der Ausbreitungsrichtung durch Lösen der eindimensionalen Wellengleichung, z.B. der Schalldruck:

$$p(x,t) = Z_0 \hat{v}_a \cdot \left[\frac{\underline{Z}_W \cdot \cos k(l-x) + j Z_0 \cdot \sin k(l-x)}{Z_0 \cdot \cos kl + j \underline{Z}_W \cdot \sin kl} \right] \cdot e^{j\omega t} \quad [5-54]$$

Hierbei ist k die Wellenzahl (siehe 1.2.2) und $Z_0 = \rho_0 c_0$ die Kennimpedanz des Fluids (siehe 1.3.8).

5.2.1.1 Fortschreitende Welle

Ist $\underline{Z}_W = Z_0$ (d.h. die Kennimpedanz $\rho_0 c_0$ des Ausbreitungsmediums), so ergibt Gl. [5-54] eine ortsunabhängige Amplitude des Schalldrucks und damit aller anderen Schallfeldgrößen. D.h., es breitet sich eine ebene Welle ohne Reflexion in $+x$ -Richtung (fortschreitende Welle) aus. Dies entspricht auch der Wellenausbreitung in einem unendlich langen Rohr.

5.2.1.2 Stehende Welle, Reflexionsfaktor und Absorptionskoeffizient

Ist $\underline{Z}_W \neq Z_0$, wird die Schallwelle, die auf den Rohrabschluss fällt, teilweise reflektiert und es bilden sich stehende Wellen im Kanal oder Rohr aus; die Amplituden der Schallfeldgrößen sind ortsabhängig. Das Verhältnis von reflektiertem zu einfallendem Schalldruck ist der Reflexionsfaktor

$$r = \frac{p_r}{p_e} \Big|_{\text{Rohrabschluss}} ,$$

von absorbiert zu einfallender Schallleistung der Absorptionsgrad des Rohrabschlusses

$$\alpha = 1 - r^2 .$$

r hängt mit der spezifischen Impedanz \underline{Z}_W über

$$r = \frac{\underline{Z}_W - Z_0}{\underline{Z}_W + Z_0}$$

zusammen (siehe 4.1.2).

Bei schallhart abgeschlossenem Rohr verschwindet die Schallschnelle bei $x = l$, d.h. \underline{Z}_W geht gegen unendlich oder $r = 1$. Der Resonanzfall (d.h. unendlich große Amplituden) liegt vor, wenn

$$kl = \pi, 2\pi, \dots$$

Beim offenen Rohr verschwindet der Schalldruck an $x = l$, d.h. $\underline{Z}_W = 0$ oder $r = -1$. Die Resonanzbedingung für diesen Fall lautet

$$kl = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \dots$$

(siehe z.B. auch 5.1.2).

5.2.1.3 Ausbreitungsdämpfung

Wenn die dissipativen Prozesse im Medium der Schallausbreitung nicht vernachlässigt werden können, tritt eine Ausbreitungsdämpfung ein. Die Wellenzahl k wird ersetzt durch eine komplexe Wellenzahl \underline{k} , die mit dem Ausbreitungskoeffizienten γ (siehe 1.3.10) verknüpft ist über

$$\underline{\gamma} = j \underline{k} \quad [5-55]$$

5.2.2 Wellen höherer Ordnung

Wenn die charakteristischen Querabmessungen des Kanals oder Rohres größer als die Wellenlänge sind, können sich auch Wellen quer zur Kanalachse ausbilden, sog. Quermoden.

5.2.2.1 Quermoden im Rechteckkanal

Unter den Voraussetzungen, dass

- der Rechteckkanal unendlich lang ist, also sich nur in $+x$ -Richtung eine Welle ausbreitet (siehe Abbildung 5-4),
- die Wände steif und glatt sind,
- keine Dämpfung existiert,
- bei $x = 0$ eine Schallquelle (schwingende Membran) mit gegebener Schalldruckverteilung $p(x, y, t)$ vorliegt,
- bei $y = 0, h$ und $z = 0, b$ die Wände jeweils schallhart und ruhend sind, d.h. die Schallschnelle an der Wand ist null oder die Tangenten von $p(y)$ und $p(z)$ auf der Wand senkrecht stehen:

$$v_y = 0, v_z = 0 \text{ oder } \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

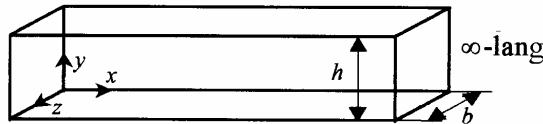


Abbildung 5-4: Rechteckkanal

ergeben sich Schalldruck und -schnelle entlang und quer zur Ausbreitungsrichtung durch Lösen der dreidimensionalen Wellengleichung, z.B. der Schalldruck

$$\underline{p}(x, y, t) = \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{mn} \cdot \cos\left(m \pi \frac{y}{h}\right) \cdot \cos\left(n \pi \frac{z}{b}\right) \cdot e^{-jk_{mn}x} \right] \cdot e^{j\omega t} \quad [5-56]$$

mit

$$k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{h}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad [5-57]$$

A_{mn} muss aus der hier nicht näher spezifizierten Randbedingung am Kanalanfang bestimmt werden.

Die Lösung besteht aus zwei wesentlichen Termen:

- $\cos\left(m \pi \frac{y}{h}\right) \cdot \cos\left(n \pi \frac{z}{b}\right)$
beschreibt die mn -te Quermode, d.h. die stehende Welle in y - und z -Richtung;
- $e^{-jk_{mn}x} \cdot e^{j\omega t} = e^{j(\omega t - k_{mn}x)}$
beschreibt die Welle, die sich in $+x$ -Richtung ausbreitet.

Falls

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{h}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 < 0,$$

wird k_{mn} imaginär, die entsprechende Mode wird exponentiell gedämpft und ist damit nicht ausbreitungsfähig. Die Grenzfrequenz ist die cut-off-Frequenz

$$f_{c.o.} = \frac{\omega_{c.o.}}{2\pi} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad [5-58]$$

Die $(m = 0, n = 0)$ -Mode (Grundmode, ebene Welle) ist immer ausbreitungsfähig, alle höheren Moden nur dann, wenn $f \geq f_{c.o.}$. Die Grenzfrequenz für die Ausbreitung der ersten Mode höherer Ordnung im Rechteckkanal ist demnach

$$f_{c.o.} = 0,5 \frac{c}{\max(b, h)}. \quad [5-59]$$

Die Störung, die zu einer ausbreitungsfähigen Mode gehört, breitet sich mit der Phasengeschwindigkeit

$$c_{ph} = \frac{\omega}{k_{mn}} \quad [5-60]$$

entlang der x -Richtung aus. Verschiedenen Frequenzen sind unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten zugeordnet. D.h. mit Ausnahme der Grundmode ist die Ausbreitung der Moden im Kanal dispersiv (siehe 1.2.3).

5.2.2.2 Quermoden im Kreisrohr

Im Kreisrohr mit dem Durchmesser d ist die Ausbildung höherer Moden prinzipiell ähnlich wie im Rechteckkanal. mn bezeichnet jetzt die Modenordnung in Umfangs- bzw. Radialrichtung.

Abbildung 5-5 zeigt Schalldruck (oben) und Schnelle (unten) dreier ausgewählter Quermoden; (2,0) bedeutet eine Mode zweiter Ordnung in Umfangs- und eine Mode nullter Ordnung in radialer Richtung. Die ebene Welle (0,0) ist nicht gezeigt.

Die Grenzfrequenz für die Ausbreitung der ersten höheren Mode im Rohr ist

$$f_{c.o.} = 0,58 \frac{c}{d}. \quad [5-61]$$

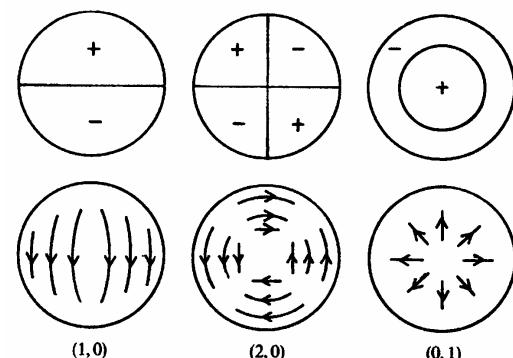


Abbildung 5-5: Schalldruck (oben) und Schallschnelle (unten) für Quermoden (m, n) im Kreisrohr;
 m ... Ordnung in Umfangsrichtung,
 n ... Ordnung in radialer Richtung.

5.2.3 Rohre mit Querschnittsänderung

Die Betrachtung von Rohren mit Querschnittsänderungen erfolgt unter den Annahmen, dass

- $\lambda \gg$ charakteristische Querabmessung,
- die Wände steif und glatt sind,
- keine Dämpfung vorhanden ist,
- dreidimensionale Effekte an der Querschnittsänderung vernachlässigbar sind.

5.2.3.1 Querschnittssprung

Eine ebene Welle p_e , die von links auf die Sprungstelle bei $x = 0$ fällt, wird teilweise reflektiert (p_r), teilweise transmittiert (p_t) (siehe Abbildung 5-6).

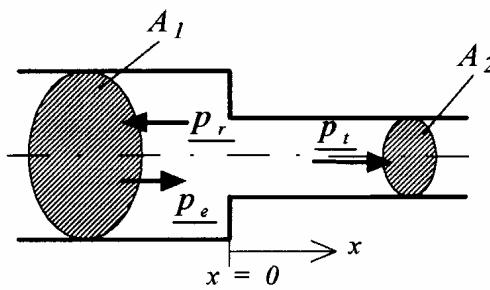


Abbildung 5-6: Schalldrücke an einem Querschnittssprung

Bei $x = 0$ gilt:

- die Kontinuität der Schallflüsse $A_1(v_e - v_r) = A_2 v_t$ und
- die Gleichheit der Schalldrücke $p_e + p_r = p_t$.

Der Reflexionsgrad des Querschnittssprungs ergibt sich dann zu

$$r = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} . \quad [5-62]$$

Die Dämmwirkung von Querschnittssprüngen ist gering, beispielsweise ergibt sich für $A_2 = 0,5 A_1$ der Betrag des Reflexionsfaktors zu $|r| = 0,33$, d.h. die Amplitude der transmittierten Welle beträgt 0,77 der einfallenden Welle.

Der Reflexionsgrad r weist nur zwei mögliche Phasesprünge auf, nämlich 0 für $A_2 < A_1$ und π für $A_2 > A_1$. Hierin sind auch die Grenzfälle des schallhart abgeschlossenen Rohres ($A_2 = 0$) und des offenen Rohres ($A_2 \rightarrow \infty$) enthalten.

Für den Grenzfall des Rohres ohne Querschnittssprung ergibt sich $r = 0$.

5.2.3.2 Allmähliche Querschnittsänderung

Allmähliche Querschnittsänderungen sind z.B. das Exponentialhorn (vgl. 3.4) oder der Kegeltrichter. Im Vergleich zum offenen Rohr bewirken allmähliche Querschnittserweiterungen (mit dem Anfangsdurchmesser des Rohres) eine geringere Reflexion einfallender Schallwellen, also eine bessere Abstrahlung nach der Quer-

schnittserweiterung. Allerdings ist dieses Verhalten abhängig von der Form der Querschnittsänderung und der Frequenz.

5.2.4 Auskleidung

Eine absorbierende Wandauskleidung des Rohres oder Kanals entzieht der sich ausbreitenden Schallwelle einen Teil ihrer Energie. Schallabsorbierend ausgekleidete Rohre oder Kanäle werden häufig als Schalldämpfer eingesetzt.

Der Effektivwert des Schalldrucks fällt längs der Achse etwa exponentiell mit der Dämpfungskonstanten α' ab, die eine Funktion des Materials und Aufbaus der Auskleidung, der Rohr- oder Kanalgeometrie und der Frequenz ist:

$$\tilde{p}(x) = \tilde{p}(0) \cdot e^{-\alpha' x} . \quad [5-63]$$

5.2.4.1 Ausbreitungsdämpfung

Die Ausbreitungsdämpfung eines schallabsorbierend ausgekleideten Rohres oder Kanals der Länge Δx ist definiert zu

$$D_a(x) = 10 \lg \frac{\tilde{p}^2(x)}{\tilde{p}^2(x + \Delta x)} \text{ dB.} \quad [5-64]$$

Mit Gl. [5-63] folgt daraus

$$D_a = 8,7 \cdot \alpha' \cdot \Delta x \text{ dB.} \quad [5-65]$$

5.2.4.2 Durchgangsdämpfungsmaß

Die schallabsorbierenden Eigenschaften eines ausgekleideten Rohres oder Kanals werden auch durch das Durchgangsdämpfungsmaß

$$D_t = 10 \lg \frac{P_a}{P_t} \text{ dB} \quad [5-66]$$

charakterisiert. Dabei ist P_a die auf den Kanaleintritt auftretende, P_t die durchgelassene (transmittierte) Schallleistung. Das Durchgangsdämpfungsmaß lässt sich nur dann exakt bestimmen, wenn das Rohr oder der Kanal in einen beidseitig reflexionsfrei abgeschlossenen Meßkanal (reflexionsfreier Sende- und Empfangsraum) eingebaut sind. Es enthält neben der eigentlichen Ausbreitungsdämpfung aufgrund der absorbierenden Auskleidung auch eine eventuelle Schallreflexion am Ein- und Austritt des Rohres oder Kanals (z.B. aufgrund der schallharten Stirnfläche einer zusätzlich eingebauten Kulisse).

5.2.4.3 Einfügungsdämpfungsmaß

Sicher zu bestimmen ist das Einfügungsdämpfungsmaß eines ausgekleideten Rohr- oder Kanalabschnitts, der in einen Kanal eingebaut ist:

$$D_i = L_{W0} - L_{Wm} . \quad [5-67]$$

L_{Wm} ist der Schallleistungspegel im Kanal an einer bestimmten Stelle hinter dem ausgekleideten Rohr- oder Kanalabschnitt, L_{W0} der Schallleistungspegel im Kanal an der gleichen Stelle bei Ersatz des ausgekleideten Rohr- oder Kanalabschnitts durch einen schallharten Abschnitt gleichen lichten Querschnitts bei unveränder-

ter Schalleinspeisung. Auch das Einfügedämpfungsmaß enthält neben der eigentlichen Ausbreitungsdämpfung aufgrund der absorbierenden Auskleidung eine eventuelle Schallreflexion am Ein- und Austritt des Rohres oder Kanals (z.B. aufgrund der schallharten Stirnfläche einer zusätzlich eingebauten Kulisse).

6 Schallfelder im Freien

6.1 Grundbegriffe und Einflussgrößen

Tabelle 6-1: Übersicht Grundbegriffe und Einflussgrößen

Größe	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt :
Abstandsmaß	D_s	dB	6.1, 6.2.1 – 6.2.3
Richtwirkungsmaß	G, D_I	dB	6.1, 6.2.4
Luftdämpfungsmaß	D_L	dB	6.1, 6.3
Bewuchsdämpfungsmaß	D_D	dB	6.1, 6.5.1
Bebauungsdämpfungsmaß	D_G	dB	6.1, 6.5.2
Boden- und Meteorologiedämpfungsmaß	D_{BM}	dB	6.1, 6.4.2
Abschirmmaß	D_z	dB	6.1, 6.5.3
Korrekturglied für die Impedanz	K_0	dB	6.1, 6.4.3
Raumwinkelmaß	K_Ω	dB	6.1, 6.2
Schallquellenform-Korrekturmaß	K_Q	dB	6.1, 6.2

In diesem Abschnitt wird die Schallausbreitung im Medium Luft behandelt, wobei der betrachtete Raumbereich nicht wie in Abschnitt 5 von Berandungen umschlossen ist. Allerdings wirken sich auch hier Grenzflächen auf die Schallausbreitung aus wie z.B. der Erdboden (ggf. mit Bewuchs) oder feste Hindernisse (Wände, Gebäude usw.), bei welchen der Schalldurchgang i.A. vernachlässigbar ist. Weiterhin tritt Schalldämpfung bei der Ausbreitung im Medium Luft bzw. durch aufgelockerte Hindernisse (z.B. Bewuchs) auf. Die Schallausbreitung wird außerdem durch die vorherrschenden meteorologischen Bedingungen (z.B. Temperatur und Temperaturgradient, Windgeschwindigkeit und Windgeschwindigkeitsgradient) beeinflusst.

In der Praxis ist meist der Zusammenhang zwischen Emission (Schallleistungspegel der Schallquelle L_W bzw. A-bewerteter Schallleistungspegel der Schallquelle L_{WA}) und dem Schalldruckpegel L bzw. dem A-bewerteten Schalldruckpegel L_A an einem Aufpunkt von Interesse. Dabei wird von stationären Schallereignissen bzw. von Mittelwerten bei nichtstationären Schallereignissen ausgegangen. Notwendig sind Kenntnisse über die Art der Schallquelle (Strahlermodell) sowie deren Richtcharakteristik.

Folgende Strahlermodelle werden behandelt:

- Punktschallquelle (Abschnitt 6.2.1),
- Linienschallquelle (Abschnitt 6.2.2),
- Flächenschallquelle (Abschnitt 6.2.3).

Darüber hinaus hängt der Schalldruckpegel am Aufpunkt ab von:

- der räumlichen Lage von Schallquelle und Aufpunkt zueinander,
- deren Lage zum Boden,
- deren Lage zu Wänden und Hindernissen,
- Verlusten bei der Schallausbreitung in der Atmosphäre (Dämpfungseffekte in Luft),
- der Behinderung der Ausbreitung durch Bewuchs und Bebauung,
- Witterungseinflüssen.

Damit lässt sich der Schalldruckpegel $L(r)$ am Aufpunkt im Abstand r von der Quelle nach folgender Beziehung bestimmen:

$$L(r) = [L_W + K_\Omega + K_Q] + D_I - D_S - D_{BM} - D_L - D_D - D_G - D_Z - K_0 \quad [6-1]$$

wobei die Terme in der eckigen Klammer die Quelleigenschaften und die restlichen Terme die Einflüsse der Schallausbreitung / Umgebungsbedingungen beschreiben.

Es ist:

L_W Schallleistungspegel der Quelle (siehe 1.4.3)

K_Ω Raumwinkelmaß (siehe 6.2.1 für die Punktquelle und K_ϕ in 6.2.2 für die Linienschallquelle)

K_Q Schallquellenform-Korrekturmaß (siehe K_{QL} für die Linienschallquelle in 6.2.2 und K_{QF} für die Flächenschallquelle in 6.2.3)

D_I	Richtwirkungsmaß der Schallquelle (siehe 6.2.4, vgl. 3.1.1)	D_G	Bebauungsdämpfungsmaß (siehe 6.5.2)
D_S	Abstandsmaß (siehe 6.2.1 – 6.2.3)	D_{BM}	Boden- und Meteorologiedämpfungsmaß (siehe 6.4.2)
D_L	Luftdämpfungsmaß (siehe 6.3)	D_Z	Abschirmmaß (siehe 6.5.3)
D_D	Bewuchsdämpfungsmaß (siehe 6.5.1)	K_0	Korrekturglied für die Impedanz (siehe 6.4.3).

6.2 Strahlermodelle und räumliche Lage von Schallquelle und Aufpunkt

Tabelle 6-2: Übersicht Strahlermodelle

Größe	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt :
Schallleistung der Quelle	P	W	6.2.1 – 6.2.3
Längenbezogene Schallleistung der Quelle	P'	$W m^{-1}$	6.2.2
(senkrechter) Abstand zur Quelle	r	m	6.2.1 – 6.2.3
mittlerer Abstand zur Quelle	r_m	m	6.2.2 – 6.2.3
Schallquellenform-Korrekturmaß: - Linienschallquelle	K_{QL}	dB	6.2.2
Raumwinkelmaß für Linienquellen	K_ϕ	dB	6.2.2
Schallquellenform-Korrekturmaß: - Flächenschallquelle	K_{QF}	dB	6.2.3
Fläche der Flächenschallquelle	S_Q	m^2	6.2.3

6.2.1 Punktschallquelle

Definition:

Eine Schallquelle kann näherungsweise als Punktschallquelle betrachtet werden, wenn

- die maximalen Abmaße l der Quelle klein gegenüber der Entfernung r vom Mittelpunkt der Quelle zum Aufpunkt sind: $l \ll r$, und
- sich der Aufpunkt im Fernfeld der Quelle befindet, d.h. für die Wellenzahl k gilt: $kr \gg 1$.

Anmerkung: In der Praxis sind diese Bedingungen oft mit hinreichend großer Genauigkeit für $r > 1,5 \cdot l$ und $r > \lambda_{\max}$ erfüllt.

Unter der Bedingung ungerichteter Schallabstrahlung in einen homogenen, verlustfreien Luftraum folgt dann aus der Schallleistung der Quelle P für die Schallintensität (vgl. 1.4.2, 1.4.3, 3.2.1):

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}. \quad [6-2]$$

Schalldruckpegel:

Den zugehörigen Schalldruckpegel erhält man mit der Bezugsimpedanz $Z = Z_B = 400 \text{ Ns m}^{-3}$ (siehe 6.4.3) aus

$$L(r) = L_W - D_S,$$

$$D_S = 10 \cdot \lg \left(4\pi \frac{r^2}{r_0^2} \right) \text{dB} \\ = 20 \cdot \lg \left(\frac{r}{r_0} \right) \text{dB} + 11 \text{dB} \quad (r_0 = 1 \text{m}). \quad [6-3]$$

Raumwinkelmaß:

Erfolgt die Abstrahlung nicht in den gesamten Raumwinkel 4π , sondern in ein begrenztes Raumwinkelmaß Ω , so ist zusätzlich das Raumwinkelmaß K_Ω zu berücksichtigen. $L(r)$ ist dann:

$$L(r) = L_W - D_S + K_\Omega,$$

und

$$K_\Omega = 10 \cdot \lg \frac{4\pi}{\Omega} \text{dB}. \quad [6-4]$$

Beispiele:

- Quelle auf bzw. unmittelbar vor einer schallharten Fläche: Abstrahlung in den Halbraum $\Omega = 2\pi$, d.h. $K_\Omega = 3 \text{ dB}$.
- Quelle in einer Raumecke vor schallharten Flächen: Abstrahlung in $\Omega = 0,5\pi$, d.h. $K_\Omega = 9 \text{ dB}$.
- Quelle in der Höhe h_Q und Aufpunkt in der Höhe h_A über einer ebenen Fläche mit dem Absorptionsgrad α in horizontalem Abstand d_p voneinander:

$$K_\Omega = 10 \cdot \lg \left[1 + (1-\alpha) \frac{d_p^2 + (h_Q - h_A)^2}{d_p^2 + (h_Q + h_A)^2} \right] \text{dB} .$$

6.2.2 Linienschallquelle

Definition:

Eine Schallquelle der Länge l kann näherungsweise als Linienschallquelle betrachtet werden, wenn:

- die Liniendichte ihrer Schallleistung P' über die gesamte Länge nahezu konstant ist: $P' = dP/dz = P/l$ und
- für einen Aufpunkt A mit den Koordinaten $A(r, \phi, z)$ (Zylinderkoordinaten) gilt: $r \ll l, |z| \ll 0,5 l$ (vgl. Abbildung 6-1).

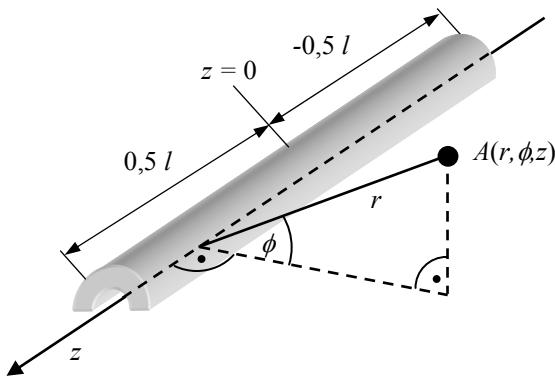


Abbildung 6-1: Wahl der Koordinaten für eine Linienschallquelle

Unter der Bedingung ungerichteter Schallabstrahlung in einen homogenen, verlustfreien Luftraum folgt dann aus der Liniendichte der Schallleistung der Quelle P' für die Schallintensität (Zylinderwelle, vgl. 2.3.3):

$$I(r) = \frac{P'}{2\pi r} . \quad [6-5]$$

Schalldruckpegel:

Den zugehörigen Schalldruckpegel erhält man mit der Bezugsimpedanz $Z = Z_B = 400 \text{ Ns m}^{-3}$ (siehe 6.4.3) aus

$$\begin{aligned} L(r) &= L_W' - D_S \\ D_S &= 10 \cdot \lg \left(2\pi \frac{r}{r_0} \right) \text{dB} \\ &= 10 \cdot \lg \left(\frac{r}{r_0} \right) \text{dB} + 8 \text{dB} \quad (r_0 = 1 \text{ m}) \end{aligned} . \quad [6-6]$$

$$\begin{aligned} L_W' &= 10 \cdot \lg \frac{P'}{P_0/l_0} \text{dB} \\ &= L_W - 10 \cdot \lg \frac{l}{l_0} \text{dB} \quad (l_0 = 1 \text{ m}) . \end{aligned} \quad [6-7]$$

Raumwinkelmaß:

Erfolgt die Abstrahlung nicht in den gesamten Raumwinkel, d.h. in den Winkelbereich $\phi = 0 \dots 2\pi$, sondern in ein begrenztes Winkelement ϕ , so ist zusätzlich das Raumwinkelmaß K_ϕ zu berücksichtigen. $L(r)$ ist dann:

$$L(r) = L_W' - D_S + K_\Omega$$

und

$$K_\Omega = K_\phi = 10 \cdot \lg \frac{2\pi}{\phi} \text{dB} . \quad [6-8]$$

Beispiel :

Quelle auf bzw. unmittelbar vor einer schallharten Fläche: Abstrahlung in den Halbraum $\phi = \pi$, d.h. $K_\phi = 3 \text{ dB}$.

Schallquellenform – Korrekturmaß :

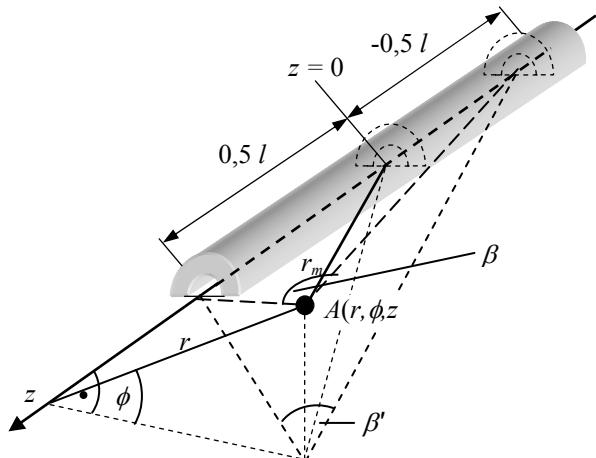


Abbildung 6-2: Koordinaten zur Bestimmung des Schallquellenform – Korrekturmaßes

Wenn $r \ll l$ und $|z| \ll 0,5 l$ nicht erfüllt sind, so ist zusätzlich das Schallquellenform – Korrekturmaß K_{QL} zu berücksichtigen:

$$K_{QL} = 10 \cdot \lg \left(\frac{r_m^2}{l r} \beta \right) \text{dB} ,$$

mit: β Winkel in Bogenmaß (siehe Abbildung 6-2).

Dieses beschreibt die Abweichung gegenüber einer in der Mitte der Strecke l (d.h. im Abstand r_m vom Aufpunkt A) gelegenen Punktschallquelle gleicher Schallleistung P . Es folgt dann (vgl. [6-3])

$$\begin{aligned} L(r) &= L_W - 20 \cdot \lg \frac{r_m}{r_0} \text{dB} - 11 \text{ dB} + K_\Omega + K_{QL} \\ &= L_W' - D_S + K_\Omega + 10 \cdot \lg \frac{\beta}{2} \text{dB} \\ &\quad (r_0 = 1 \text{ m}) \end{aligned} \quad [6-9]$$

mit D_S nach [6-6].

6.2.3 Flächenschallquelle

Definition:

Als Beispiel für Flächenschallquellen werden hier gleichmäßig belegte, inkohärente, rechteckige Flächenstrahler der Fläche S_Q und der Schallleistung P betrachtet.

Unter der Bedingung ungerichteter Schallabstrahlung in einen homogenen, verlustfreien Luftraum kann die Flächenquelle auf dem Erdboden für einen Aufpunkt in großem Abstand r_m vom Quellenmittelpunkt ($r_m > l$, $r_m > b$, siehe Abb. 6.3) näherungsweise wie eine in den Halbraum abstrahlende Punktquelle behandelt werden:

$$I(r) = \frac{P}{2\pi r_m^2}. \quad [6-10]$$

Obige Bedingung ist in guter Näherung bei $r_m > 2(b, l)_{\max}$ erfüllt.

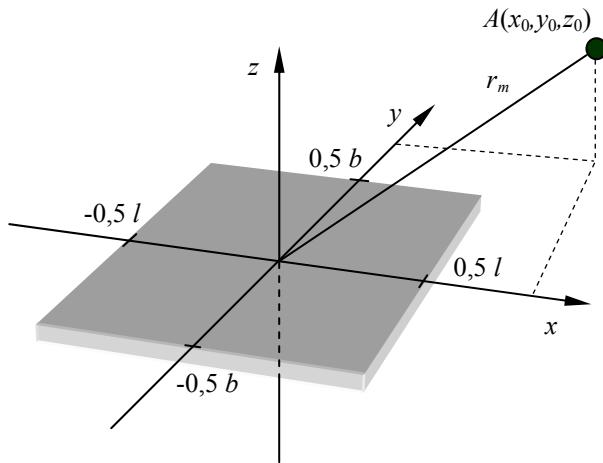


Abbildung 6-3: Wahl der Koordinaten für eine Flächenschallquelle

Schalldruckpegel:

Den zugehörigen Schalldruckpegel erhält man mit der Bezugsimpedanz $Z = Z_B = 400 \text{ Ns m}^{-3}$ (siehe 6.4.3) aus

$$L(r) = L_W - D_S$$

$$D_S = 20 \cdot \lg \left(2\pi \frac{r_m}{r_0} \right) \text{dB}$$

$$= 20 \cdot \lg \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \text{dB} + 8 \text{dB} \quad (r_0 = 1 \text{ m}) \quad [6-11]$$

6.3 Verluste bei der Schallausbreitung in der Atmosphäre

Tabelle 6-3: Übersicht Verluste bei der Schallausbreitung in der Atmosphäre

Größe	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt :
Dämpfungskoeffizient für Luft	α_L	dB/m	6.3

Die bei der Schallausbreitung in Luft auftretenden Dämpfungseffekte werden durch das Luftabsorptionsmaß D_L

$$L_W = 10 \cdot \lg \frac{P}{P_0} \text{dB} \quad [6-12]$$

Schallquellenform-Korrekturmaß:

Wenn $r_m >> l$, $r_m >> b$ nicht erfüllt sind, so muss die Form der Schallquelle durch das Schallquellenform-Korrekturmaß K_{QF} berücksichtigt werden:

$$K_{QF} = 10 \lg \left[\frac{r_m^2}{S_Q} \int_{-b/2}^{b/2} dy \left(\int_{-l/2}^{l/2} \frac{dx}{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2} \right) \right] \text{dB} \quad [6-13]$$

$$S_Q = l b, \text{ siehe Abbildung 6-3.}$$

Es folgt dann:

$$L(r) = L_W - D_S + K_{QF}$$

mit D_S aus [6-11]

6.2.4 Richtwirkungsmaß

Wird Schall von einer Quelle nicht gleichmäßig in den jeweiligen Raumwinkel Ω abgestrahlt, so kann dieser Effekt bei der Berechnung des Schalldruckpegels an einem Aufpunkt durch das Richtwirkungsmaß G (vgl. 3.1.1) berücksichtigt werden. Häufig wird anstelle von G die Bezeichnung D_I verwendet, besonders bei der Berechnung von Immissionspegeln. D_I gibt die Pegeldifferenz an, um welche sich der Schalldruckpegel am Aufpunkt $L(r, \vartheta, \phi)$ in der betrachteten Ausbreitungsrichtung (ϑ, ϕ) bei einer realen Quelle von demjenigen bei einer Quelle gleicher Schallleistung und gleichem Raumwinkel mit gleichmäßiger Schallabstrahlung unterscheidet.

Für eine Punktschallquelle kann das Richtwirkungsmaß bestimmt werden, indem auf einer kugelförmigen Hülle um die Quelle an hinreichend vielen Messpunkten i der Schalldruckpegel $L_i = L(r, \vartheta_i, \phi_i)$ gemessen wird. Dann ergibt sich

$$D_I = L_i - \bar{L}_i, \quad [6-14]$$

wobei \bar{L}_i der energetische Mittelwert der Pegel L_i ist.

berücksichtigt. Dämpfungseffekte werden durch die in 4.4 bzw. Anhang A2 beschriebenen Mechanismen verursacht.

Für die Schallausbreitung im Freien sind besonders intermolekulare Verluste (Anregung von Molekülschwingungen, vgl. Anhang A2.5) von Bedeutung. Daraus ergibt sich, dass die Dämpfung einerseits stark frequenzabhängig ist und u.a. auch von der Temperatur und der Luftfeuchte abhängt. Im Allgemeinen wächst die Dämpfung bei Zunahme der Frequenz.

Unter Anwendung des Modells einer ebenen, forschreitenden Welle nimmt die Schallenergiedichte w infolge der Dämpfung exponentiell mit der Entfernung r des Aufpunktes von der Quelle ab. Aus Anhang A2.5 erhält man das Luftabsorptionsmaß mit $\Delta L = -D_L$, $\Delta x = r$ und $\alpha_L = 8,7 \alpha$ gemäß

$$D_L = \alpha_L \cdot r \quad [6-15]$$

$$\alpha_L = 4,35 \cdot m$$

mit α_L Dämpfungskoeffizient in Luft,

m Energiedämpfungskoeffizient (Anhang A2.5).

In Tabelle 6-4 sind Beispiele für den Dämpfungskoeffizienten angegeben (siehe auch Abb. 6-4).

Tabelle 6-4: Dämpfungskoeffizient α_L in dB/km in Abhängigkeit von der Oktavbandmittelfrequenz für Luft (siehe DIN ISO 9613-2)

Temperatur in °C	Relat. Luftfeuchte in %	Oktavbandmittelfrequenzen in Hz							
		63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
10	70	0,1	0,4	1,0	1,9	3,7	9,7	32,8	117
20	70	0,1	0,3	1,1	2,8	5,0	9,0	22,9	76,6
30	70	0,1	0,3	1,0	3,1	7,4	12,7	23,1	59,3
10	20	0,3	0,6	1,2	2,7	8,2	28,2	88,8	202
10	50	0,1	0,5	1,2	2,2	4,2	10,8	36,2	129
10	80	0,1	0,3	1,1	2,4	4,1	8,3	23,7	82,8

Anmerkung:

Ein Vergleich zeigt, dass die in DIN ISO 9613-2 angegebenen Werte den Dämpfungskoeffizienten für reine Töne $D_{L,Ton}$ nach CROCKER entsprechen. Die Werte für gefiltertes Breitbandrauschen sind etwas niedriger. So erhält man nach CROCKER für Terzrauschen ($D_{L,Terz}$) folgende Relation:

$$D_{L,Terz}(f_m) = D_{L,Ton}(f=f_m) \cdot [1 + 0,00533 (1 - 0,2303 D_{L,Ton}(f=f_m))]^{1,6}.$$

Das bedeutet z.B.:

$$D_{L,Ton}(f=f_m) = 10 \text{ dB} \rightarrow D_{L,Terz}(f_m) = 9,9 \text{ dB}$$

$$D_{L,Ton}(f=f_m) = 20 \text{ dB} \rightarrow D_{L,Terz}(f_m) = 19,4 \text{ dB}$$

$$D_{L,Ton}(f=f_m) = 30 \text{ dB} \rightarrow D_{L,Terz}(f_m) = 28,5 \text{ dB}.$$

Überschlagsrechnungen für den A-bewerteten Immissionspegel können frequenzunabhängig ausgeführt werden, wenn für α_L der Wert für die 500 Hz – Oktave verwendet wird:

$$\alpha_{L,A} \approx 2 \text{ dB(A) km}^{-1}.$$

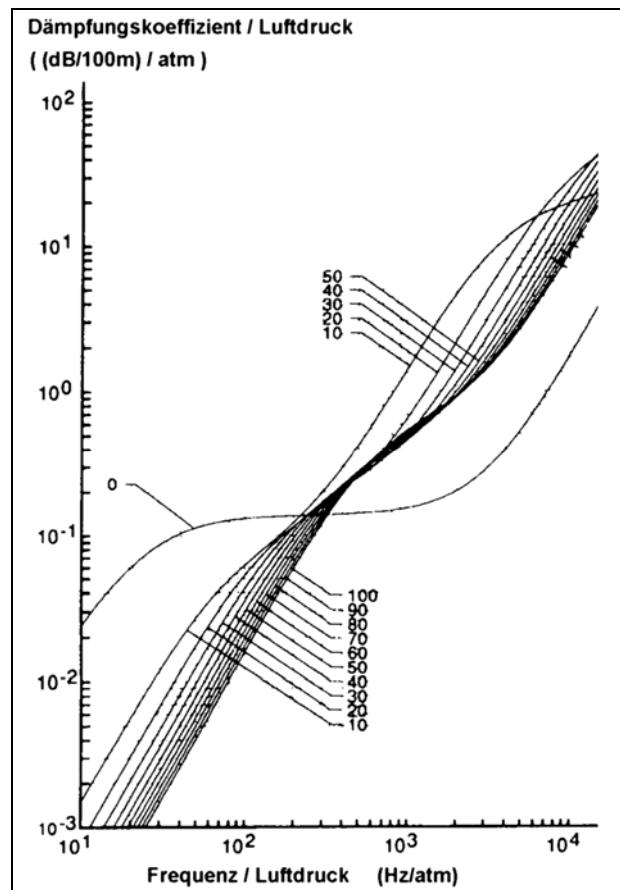


Abbildung 6-4: Dämpfungskoeffizient α_L bezogen auf den Luftdruck in Abhängigkeit von der Frequenz

Parameter: Relative Luftfeuchte / Luftdruck in % / atm bei 20°C
(nach M.J. Crocker : Handbook of Acoustics)

6.4 Einfluss von Temperatur und Wind

Tabelle 6-5: Übersicht Einfluss von Temperatur und Wind

Größe	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt :
Krümmungsradius eines Schallstrahles	R	m	6.4.1
Effektive Schallgeschwindigkeit	c_{eff}	m s^{-1}	6.4.1
Windgeschwindigkeit	v_w	m s^{-1}	6.4.1
Abstand des Randes der Schallschattenzone von der Quelle	r_s	m	6.4.1
Winkel zwischen Schallstrahl und Gegenwindrichtung	ϕ_w	rad	6.4.1
Winkel zwischen Schallstrahl und vertikaler Achse	θ_w	rad	6.4.1
Temperaturgradient bzgl. der Höhe	T'	K/m	6.4.1
Gradient der Windgeschwindigkeit	v_w'	$(\text{m/s}) / \text{m} = \text{s}^{-1}$	6.4.1
Höhe der Schallquelle bzw. des Aufpunktes über dem Boden	z_Q bzw. z, z_A	m	6.4.1, 6.4.2, 6.5.3
Mittlere Höhe des Schallstrahles Quelle – Aufpunkt über dem Boden	z_m	m	6.4.2

6.4.1 Krümmung des Schallstrahles

Einfluss der Temperaturschichtung

In der Atmosphäre verändert sich die Schallgeschwindigkeit mit der Höhe über dem Erdboden infolge der Temperaturänderungen der Luft. Wird die Atmosphärenschicht über dem Erdboden in schmale Schichten mit jeweils konstanter Temperatur zerlegt, so kann mit Anwendung des Brechungsgesetzes (vgl. 4.1.5) der Strahlenverlauf konstruiert werden. Im Grenzübergang zu stetiger Temperaturänderung erhält man dann stetig gekrümmte Bahnen für den Schallstrahl (siehe Abb. 6-5).

Mit wachsender Höhe nimmt die Temperatur T im Normalfall ab. Damit wird die Schallgeschwindigkeit mit der Höhe geringer.

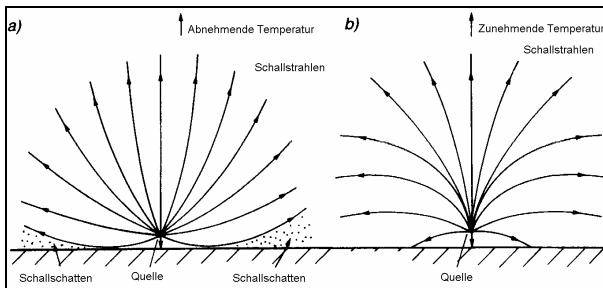


Abbildung 6-5: Krümmung der Schallstrahlen infolge von Temperaturschichtung, vgl. [32]: a) Abnahme der Temperatur mit der Höhe z , b) Zunahme der Temperatur mit der Höhe z .

Die Schallstrahlen zwischen einem Sender in der Hochatmosphäre (z.B. Flugzeug) und dem Erdboden sind im Falle der Temperaturabnahme mit zunehmender Höhe

nach oben gekrümmt, im Falle der Temperaturzunahme (Temperaturinversion) dagegen nach unten gekrümmt.

Der Verlauf der Schallstrahlen vom Sender im ersten Falle zeigt, dass es eine Strahlenbahn gibt, die gerade noch den Erdboden berührt. Diese kennzeichnet den „akustischen Horizont“, d.h. zwischen diesem Strahl und dem Erdboden bildet sich eine „tote Zone“ (Schattenzone), in die kein Schall eindringen kann. Alle anderen Strahlen in Richtung Erdboden werden vorher am Erdboden reflektiert bzw. sie liegen oberhalb des Strahles, der den akustischen Horizont bildet.

Einfluss des Windes

Der Einfluss des Gradienten der Windgeschwindigkeit über dem Erdboden ist im Allgemeinen größer als der Einfluss der Temperaturschichtung. Die veränderliche Windgeschwindigkeit v_w über dem Erdboden bewirkt eine höhenabhängige Veränderung der effektiven Schallgeschwindigkeit, und zwar mit $[c + v_w(z)]$ in Windrichtung und $[c - v_w(z)]$ gegen die Windrichtung.

Der Einfluss des Windes auf die Schallausbreitung ergibt sich aus der Addition bzw. Subtraktion der Windgeschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit einerseits und aus der Krümmung der Schallstrahlen durch den Windgeschwindigkeitsgradienten über der Erdoberfläche andererseits. Die Schallstrahlen „hängen“ gegen die Windrichtung nach unten durch, dagegen „wölben“ sie sich in Windrichtung nach oben (siehe Abb. 6-6).

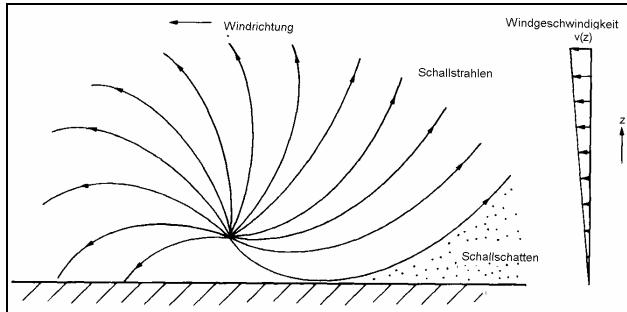


Abbildung 6-6: Krümmung der Schallstrahlen infolge des Windgeschwindigkeitsgradienten, vgl. [32].

Zusammenspiel von Temperatur- und Windeinfluss

Ein Schallstrahl schließe mit einer senkrecht auf dem Erdboden stehenden Achse (z -Koordinatenachse) den Winkel ϑ_w ein. Dann lässt sich sein lokaler Krümmungsradius R aus:

$$R(z, \vartheta_w) = \frac{c_{\text{eff}}}{\frac{\sin \vartheta_w}{dc_{\text{eff}}/dz}} \quad [6-16]$$

$$c_{\text{eff}} = -v_w(z) \cos \vartheta_w + c(T(z)) \quad [6-17]$$

berechnen. ϑ_w ist der Winkel zwischen dem Schallstrahl und der Gegenwind-Richtung. Ein vertikaler Strahl ($\vartheta_w = 0$) erfährt demzufolge keine Krümmung ($R \rightarrow \infty$), ein horizontaler Strahl ($\vartheta_w = 90^\circ$) dagegen die stärkste Krümmung

$$R = \frac{c_{\text{eff}}}{\frac{dc_{\text{eff}}}{dz}}. \quad [6-18]$$

$\frac{dc_{\text{eff}}}{dz} > 0$ bedeutet $R > 0$ und damit Brechung des Schallstrahles zur Erdoberfläche hin,

$\frac{dc_{\text{eff}}}{dz} < 0$ bedeutet $R < 0$ und damit Brechung von der Erdoberfläche weg.

Interessiert man sich für den Langzeitmittelwert des Schalldruckpegels an einem Immissionsort, so geht man i.A. von einer mittleren „günstigen“ Ausbreitungssituation aus. In diesem Fall wird bei der Verfolgung des Schallstrahles näherungsweise ein einheitlicher Krümmungsradius von $R = 5000$ m (Brechung zur Erdoberfläche hin) angesetzt. Das entspricht für einen die Quelle nahezu horizontal verlassenden Schallstrahl einem Wert von $\frac{dc_{\text{eff}}}{dz} \approx 0,069 \frac{\text{ms}^{-1}}{\text{m}}$.

Schattenzone :

Im Falle eines negativen Gradienten der Schallgeschwindigkeit $\frac{dc_{\text{eff}}}{dz}$ entsteht eine Schattenzone. Der horizontale Abstand r_s ihres Randes von der Schallquelle ist abhängig

von der Höhe z_Q der Quelle sowie von der Höhe z des betrachteten Aufpunktes über dem Erdboden.

Verfolgt man nun den Schallstrahl, der von der Quelle zum Aufpunkt verläuft und dabei den Boden gerade noch berührt, so erhält man näherungsweise:

$$r_s(z, \varphi_w) = \sqrt{\frac{2 c_0}{-\frac{dc_{\text{eff}}}{dz}(\varphi_w)}} (\sqrt{z_Q} + \sqrt{z}) \quad [6-19]$$

mit $c_0 = c(z=0)$. Dabei wurden folgende Annahmen bzw. Näherungen verwendet:

- horizontale Temperatur- und Windschichtung mit konstantem Gradienten der Schallgeschwindigkeit: $R(z, \vartheta_w) = R(z_Q, \vartheta_Q) = R_0 = \text{const.}$ (Schallstrahlen verlaufen auf Kreisbögen);
- Schallquelle und Aufpunkt befinden sich in geringer Höhe über dem Erdboden: $z_Q \ll R_0$, $z \ll R_0$.

Der Gradient der effektiven Schallgeschwindigkeit c_{eff} lässt sich aus den Gradienten der Windgeschwindigkeit

$v'_w = \frac{dv_w}{dz}$ und der Temperatur $T' = \frac{dT}{dz}$ mit $c \propto \sqrt{T}$ (vgl. 1.6.5) berechnen:

$$\frac{dc_{\text{eff}}}{dz}(\varphi_w) = -v'_w \cos \varphi_w + \frac{1}{T_0} \frac{c_0 T'}{2}. \quad [6-20]$$

Bei normaler Wetterlage ($T' < 0$) befindet sich der nächstgelegene Punkt der Schattenzone entgegen der Windrichtung ($\varphi_w = 0$).

Alle in der gleichen Richtung φ_w und der gleichen Höhe z gelegenen Aufpunkte mit $r > r_s(z, \varphi_w)$ liegen innerhalb der Schattenzone.

Vom Rand der Schattenzone an hat man in der Praxis nicht mit einem abrupten Verschwinden der entsprechenden Schallanteile sondern mit einer kontinuierlichen Abnahme des Schalldruckpegels zu rechnen (Ursache: Beugung, Fluktuationen). Es können Pegelminderungen von bis zu etwa 30 dB auftreten.

Fluktuationen:

Über erwärmten Flächen bzw. über Grenzbereichen zwischen Flächen mit unterschiedlicher Erwärmung infolge unterschiedlicher Boden- und Bewuchsstruktur kann es zu räumlichen und zeitlichen Temperaturfluktuationen kommen. Ähnliche Fluktuationen treten auch bei Windgeschwindigkeit und Windrichtung auf. Diese stochastischen Fluktuationen führen zur Streuung von Schallenergie. Die an einem Aufpunkt auftreffende Schallintensität ergibt sich dann aus der Summe der Intensität des nicht gestreuten Direktschallanteiles und des gestreuten Schalles. Die gemessenen Schalldruckpegel fluktuierten demzufolge ebenfalls. Die Stärke der Fluktuationen nimmt bis zum Erreichen eines Sättigungswertes mit wachsendem Abstand Quelle – Aufpunkt und mit wachsender Frequenz zu.

Weiterhin führen atmosphärische Turbulenzen zur Reduzierung der Schattenwirkungen, die infolge der oben geschilderten Temperatur- und Windgeschwindigkeitsgradienten sowie infolge von Hindernissen (siehe 6.5.3) auftreten. Außerdem kann der Einfluss der Bodendämpfung (siehe 6.4.2) verringert werden.

6.4.2 Boden- und Meteorologiedämpfung

Infolge von Interferenz (siehe 1.7.7) des Direktschalles mit den am Boden reflektierten und nahezu phasenumgekehrten Schallstrahlen ergibt sich eine zusätzliche Pegelminderung bei der Schallausbreitung in bodennahen Schichten. Diese Pegelminderung ist abhängig von

- der Bodenbeschaffenheit,
- der Luftabsorption und Luftfeuchte,
- der Krümmung des Schallstrahles (vgl. 6.4.1) infolge von Gradienten der Windgeschwindigkeit und der Temperatur.

Wenn nur der A-bewertete Schalldruckpegel am Aufpunkt von Interesse ist, der Schall kein reiner Ton ist und wenn sich der Schall vorwiegend über porösem Boden ausbreitet, so kann ein mittleres Boden- und Meteorologiedämpfungsmaß nach folgender Beziehung ermittelt werden:

$$D_{BM} = 4,8 \text{ dB} - \frac{2z_m}{r_m} \left(17 + \frac{300 \text{ m}}{r_m} \right) \text{ dB} . \quad [6-21]$$

D_{BM} ist immer positiv. Wenn sich nach obiger Formel ein Wert kleiner als 0 ergibt, so ist $D_{BM} = 0$ zu setzen.

r_m ist der Abstand des Aufpunktes vom Mittelpunkt der Quelle. z_m ist die mittlere Höhe des Schallweges über Grund, welche sich bei nahezu ebenem Bodenprofil aus der Höhe der Quelle z_Q und der Höhe des Aufpunktes z_A berechnen lässt:

6.5 Einfluss von Hindernissen

Tabelle 6-6: Einfluss von Hindernissen

Größe	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt :
Dämpfungskoeffizient für Bewuchs	$\alpha_D, \alpha_{D,A}$	$\text{dB m}^{-1}, \text{dB(A)} \text{ m}^{-1}$	6.5.1
Schallweg durch Bewuchs bzw. Bebauung	r_D bzw. r_G	m	6.5.1, 6.5.2
Beugungswinkel eines Schallstrahles an einer Schirmkante	ϕ_s	rad	6.5.3
Wirksame Schirmhöhe	h_s	m	6.5.3
Höhe einer Schirmkante über dem Boden	H_s	m	6.5.3
Dicke eines Schallschirmes bzw. Abstand zweier Schirmkanten	d	m	6.5.3
Länge, Horizontalabmessung eines Schallschirmes	l_s	m	6.5.3

$$z_m = \frac{z_Q + z_A}{2} .$$

Allgemein gilt:

$$z_m = \frac{S}{r_m}$$

wobei S die Fläche zwischen der geraden Verbindungsline Quelle – Aufpunkt und dem Bodenprofil darstellt.

Sind obige Bedingungen für die Anwendung für [6-21] nicht erfüllt, so sind in detaillierterer Weise die Bodenverhältnisse insbesondere in der Umgebung von Quelle und Aufpunkt zu berücksichtigen (vgl. auch DIN ISO 9613-2).

6.4.3 Korrektur für die Schallimpedanz

Die in Abschnitt 6.2 angegebenen Zusammenhänge zwischen dem Schalldruckpegel am Aufpunkt und der Schallleistung der Quelle sind streng gültig, wenn die Schallimpedanz $Z_0 = \rho_0 c_0$ der Luft gerade der Bezugsimpedanz $Z_B = 400 \text{ Ns m}^{-3}$ entspricht. Die Schallgeschwindigkeit c_0 und die Dichte ρ_0 hängen aber z.B. von den meteorologischen Bedingungen (insbesondere von der Temperatur) ab. Der aktuelle Wert von Z_0 kann durch den Korrekturterm

$$K_0 = -10 \cdot \lg \frac{Z_0}{Z_B} \text{ dB} \quad [6-22]$$

(vgl. 1.4.2) berücksichtigt werden. Im Temperaturbereich von $0^\circ\text{C} \dots 20^\circ\text{C}$ ergeben sich für K_0 Werte von $-0,3 \text{ dB} \dots -0,1 \text{ dB}$.

Anmerkung :

Die Bezugsimpedanz $Z_B = p_0 / v_0$ ergibt sich aus den Bezugswerten $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ und $v_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-1}$, die zur Berechnung der zugehörigen Schalldruck- bzw. Schallschnellepegel verwendet werden (siehe 1.3.1, 1.3.2).

Schirmwert	z	m	6.5.3
Schalldämmmaß eines Schallschirmes	R	dB	6.5.3
Einfügungsdämpfungsmaß	D_e	dB	6.5.3
Fresnel-Zahl	N	-	6.5.3

6.5.1 Bewuchsdämpfungsmaß

Bei Schalldurchgang durch Wald bzw. höheres Gebüsch tritt infolge von Streuung (siehe 4.3) und Absorption (siehe 4.1.3) Dämpfung auf, die von der Art und Dichte des Bewuchses abhängt. Das führt zu einer Pegelminde rung am Aufpunkt, welche durch das Bewuchsdämpfungsmaß D_D beschrieben wird. Dieses kann nach folgender Beziehung berechnet werden:

$$D_D = \alpha_D r_D \quad [6-23]$$

mit r_D Ausbreitungsweg innerhalb des Bewuchses,

α_D Dämpfungskoeffizient,

wobei $20 \text{ m} \leq r_D \leq 200 \text{ m}$ gilt.

Den frequenzabhängigen Dämpfungskoeffizienten erhält man als Mittelwert bei verschiedenen Waldarten nähe rungsweise aus

$$\alpha_D \approx 0,006 \sqrt[3]{\frac{f}{\text{Hz}}} \text{ dB m}^{-1}. \quad [6-24]$$

Überschlagsrechnungen für den A-bewerteten Immissi onspiegel können frequenzunabhängig ausgeführt werden, wenn für α_D der Wert für 500 Hz verwendet wird:

$$\alpha_{D,A} \approx 0,05 \text{ dB(A)} \text{ m}^{-1}.$$

Bei der Ermittlung der Länge des Ausbreitungsweges ist die Krümmung des Schallstrahles zu berücksichtigen (siehe 6.4.1). Weiterhin gilt i.A. $D_D < 10 \text{ dB}$.

Bei $r_D > 200 \text{ m}$ sollte der Wert von D_D für $r_D = 200 \text{ m}$ verwendet werden. Im Falle $10 \text{ m} < r_D < 20 \text{ m}$ empfiehlt DIN ISO 9613-2 die Verwendung abstandsabhängiger Werte von D_D (je nach Frequenz 0 ... 3 dB), für $r_D < 10 \text{ m}$ liegt keine nennenswerte Dämpfung vor.

6.5.2 Bebauungsdämpfungsmaß

Schalldurchgang durch offene Bebauung kann analog zu 6.5.1 behandelt werden. Offene Bebauung liegt vor, wenn sich Baukörper und Baulücken abwechseln. Das Bebauungsdämpfungsmaß kann für den A-bewerteten Immissi onspiegel nach folgender Beziehung abgeschätzt werden:

$$D_G = 0,05 \text{ (dB/m)} r_G$$

mit r_G Ausbreitungsweg innerhalb der Bebauung.

Bei der Ermittlung der Länge des Ausbreitungsweges ist die Krümmung des Schallstrahles zu berücksichtigen (siehe 6.4).

Weiterhin gilt i.A. $D_G < 10 \text{ dB}$ und $D_D + D_G < 15 \text{ dB}$.

Ein detaillierteres Verfahren unter Berücksichtigung der Bebauungsdichte wird z.B. in DIN ISO 9613-2 bzw.

VDI 2714 beschrieben. Ebenso ist in der ersten Literatur quelle eine Abschätzung des Einflusses von Industrie Installationen zu finden.

6.5.3 Abschirmmaß und Einfügungsdämpfungsmaß

Definition:

Geschlossene, massive Hindernisse (z.B. Häuserfronten, Wände) reflektieren und absorbieren an ihrer Vorderseite die auftreffende Schallenergie. Infolge von Beugungsef fekt an den Kanten des Hindernisses (siehe 4.2) gelangt auch Schallenergie in die sich dahinter bildende geometrische Schattenzone. Allerdings ist dieser Anteil i.A. gerin ger als der ohne Hindernis auftretende Direktschall. Die Schalldruckpegeldifferenz an einem Aufpunkt zwischen dem Fall ohne Hindernis und dem Fall mit Hindernis wird als Einfügungsdämpfungsmaß D_e bezeichnet. Das Einfü gungsdämpfungsmaß ist infolge verschiedener Umgeb ungseinflüsse (Boden, Beugung an verschiedenen Kan ten, Reflexionen und Streuungen) in der Regel kleiner als das Abschirmmaß D_z .

Das Abschirmmaß D_z kennzeichnet die reine Abschirm wirkung einer Schirmkante im Falle von Freifeldbedingungen und charakteristischen Hindernisformen ohne Berücksichtigung von Rand- und Umgebungsbedingun gen.

Das Abschirmmaß wird um so größer, je größer die Fre quenz des Schalles, der Beugungswinkel ϕ sowie die wirksame Schirmhöhe h_s sind (siehe Abb. 6-7).

Schirmwert und Fresnel – Zahl für einfache Spezialfälle:

Das Abschirmmaß lässt sich für folgende Spezialfälle relativ einfach aus dem Schirmwert z bzw. der Fresnel – Zahl N berechnen:

- Einzelschallquelle mit kleinen Abmessungen (Punktschallquelle),
- Schirmlänge $l_s \rightarrow \infty$,
- Quelle Q und Aufpunkt A liegen in einer Ebene senkrecht zum Schallschirm,
- Schallschirm und Boden sind vollständig absorbie rend, es findet kein Schalldurchgang statt.

Dann lässt sich die Schirmwirkung durch die Fresnel – Zahl N beschreiben:

$$N = \pm \frac{2z}{\lambda} . \quad [6-25]$$

Das Vorzeichen „+“ ist zu wählen, wenn der Aufpunkt innerhalb der geometrischen Schattenzone liegt (keine Sichtverbindung Quelle – Aufpunkt), bei Sichtverbindung zwischen Quelle und Aufpunkt ist „–“ zu wählen.

z ist der Schirmwert, der die Wegdifferenz eines Schallstrahles von der Quelle zum Aufpunkt bei Umweg über die Schirmkante bezogen auf den Fall ohne Hindernis angibt, λ ist die Wellenlänge.

Überschlagsrechnungen für den A-bewerteten Immissionspegel im Falle von Industriegeräuschen können frequenzunabhängig ausgeführt werden, wenn mit $\lambda \approx 0,7$ m (d.h. für $f = 500$ Hz) gerechnet wird.

Einfachbeugung:

Wenn die Dicke d des Schirmes klein gegen die Wellenlänge λ ist ($d \ll \lambda$), so erhält man (vgl. Abb. 6.7):

$$\begin{aligned} z &= a + b - r_m \\ &= \sqrt{(x_Q - x_s)^2 + (z_Q - z_s)^2} \\ &\quad + \sqrt{(x_A - x_s)^2 + (z_A - z_s)^2} \\ &\quad - \sqrt{(x_Q - x_A)^2 + (z_Q - z_A)^2} \end{aligned} \quad [6-26]$$

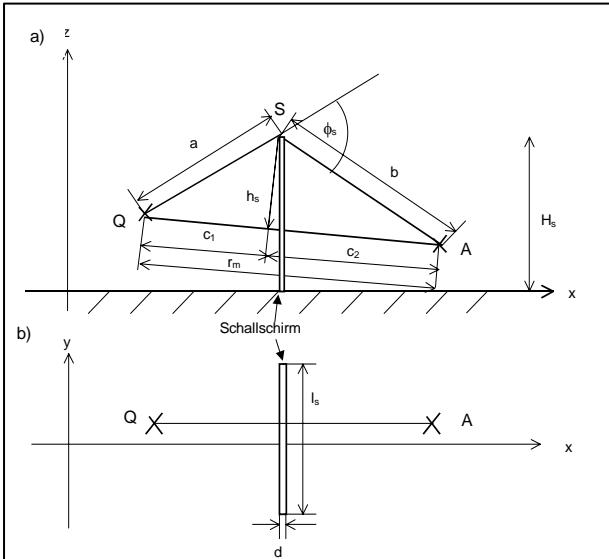


Abbildung 6-7: Geometrische Verhältnisse für die Ermittlung des Schirmwertes z im Falle von Einfachbeugung, a) Querschnitt, b) Draufsicht ($y_s = y_Q = y_A$)

wobei $z_s = H_s$ (Schirmhöhe) ist. Die Indizes Q, S und A kennzeichnen die Koordinaten von Quelle, Schirmkante und Aufpunkt. Als „wirksame Schirmhöhe“ h_s wird die Höhe der Schirmkante über dem Weg des Direktschalles bezeichnet (siehe Abb. 6.7):

$$h_s = \sqrt{a^2 - c_1^2} = \sqrt{b^2 - c_2^2}. \quad [6-27]$$

mit:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{a^2 - b^2 + r_m^2}{2r_m} \\ c_2 &= \frac{b^2 - a^2 + r_m^2}{2r_m}. \end{aligned}$$

Näherungsweise gilt für kleine Beugungswinkel ϕ_s auch:

$$z \approx \frac{h_s^2}{2} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right). \quad [6-28]$$

Mehrfachbeugung:

Ist die Bedingung $d \ll \lambda$ nicht erfüllt oder befinden sich mehrere parallele dünne Schirme zwischen Quelle und Aufpunkt, so erhöht sich der Schirmwert um die Schallwegverlängerung (siehe Abb. 6-8):

$$z = a + b + d - r_m. \quad [6-29]$$

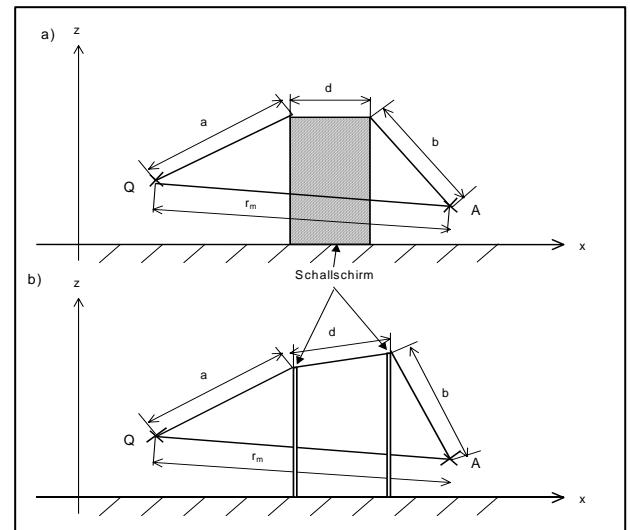


Abbildung 6-8: Geometrische Verhältnisse für die Ermittlung des Schirmwertes z im Falle von Mehrfachbeugung: a) ein dicker Schallschirm, b) zwei parallele dünne Schallschirme.

Berechnung des Abschirmmaßes:

Aus der Kirchhoff'schen Beugungstheorie erhält man im Falle von Einfachbeugung für kleine Beugungswinkel ϕ_s :

$$D_z = 5 \text{ dB} + 20 \cdot \lg \frac{\sqrt{2 \pi N}}{\tanh \sqrt{2 \pi N}} \text{ dB}. \quad [6-30]$$

Pegelreduktion, d.h. $D_z > 0$, tritt für $N > -0,2$ auf. Im Fall $N = 0$, d.h. der direkte Schallstrahl streift gerade die Kante des Schirmes, ist $D_z = 5$ dB.

In einer ersten Näherung, die für $D_z < 15$ dB brauchbare Ergebnisse liefert, gilt auch

$$\begin{aligned} D_z &\approx 5 \text{ dB} + 10 \cdot \lg \left[1 + 10 \frac{h_s^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right] \text{ dB} \\ D_z &\approx 5 \text{ dB} + 10 \cdot \lg [1 + 10 N] \text{ dB}. \end{aligned} \quad [6-31]$$

Für große Beugungswinkel ϕ_s müssen die Fresnel'schen Integrale gelöst werden.

Aus Messungen wurde ein empirischer Zusammenhang zwischen Abschirmmaß und Fresnel-Zahl gefunden:

$$D_z \approx 10 \cdot \lg [3 + 20 N] \text{ dB} \\ \approx 5 \text{ dB} + 10 \cdot \lg [1 + \frac{20}{3} N] \text{ dB} \quad [6-32]$$

Diese Beziehung stellt eine gute Approximation der Formel [6-31] dar.

Die Wirkung von Witterungseinflüssen, Doppelbeugung, Beugung seitlich um das Hindernis sowie von Bodenreflexionen wird in DIN ISO 9613-2 behandelt.

Aufgrund der Vielzahl von Einflussfaktoren (siehe auch nächsten Absatz) kann die bei Anwendung obiger Näherungsformeln erzielte Prognoseunsicherheit u.U. größer als 5 dB sein. In der Praxis werden maximale Werte von $D_z \approx 20$ dB für dünne Schirme und $D_z \approx 25$ dB für dicke Schirme erreicht.

Abweichungen von den Spezialfällen:

Um ein Objekt als Schallschirm im obigen Sinne durch D_z beschreiben zu können, muss seine Horizontalabmessung l_s senkrecht zur Verbindungsline Quelle – Aufpunkt groß gegenüber der Wellenlänge λ sein. Für endliche Längen l_s des Schallschirmes ist die Beugung an den freien Enden zu berücksichtigen, wodurch sich die Schirmwirkung verringert. Sind die freien Enden mindestens 4 h_s vom Schnittpunkt der Verbindungsline Quelle – Aufpunkt mit dem Schallschirm entfernt, so kann der Einfluss der seitlichen Beugung vernachlässigt werden.

Erfolgt ein Schalldurchgang durch den Schallschirm, so ergibt der durchgehende Schallstrahl einen um das Schalldämmmaß R (vgl. 4.1.4) gegenüber dem Fall ohne Schallschirm verminderten Schalldruckpegel am Aufpunkt. Dieser Pegel ist zu dem des gebeugten Schallanteiles (Verminderung um D_z) energetisch zu addieren. Für $R > D_z + 10$ dB kann der durchgehende Schallanteil in guter Näherung vernachlässigt werden.

Bei Vorliegen einer Linienschallquelle wird diese zweckmäßigerweise in einzelne Abschnitte unterteilt, welche dann als Punktschallquellen behandelt werden können.

Liegen keine Freifeldbedingungen vor, d.h. ist mit Schalldämpfung durch Bewuchs (D_D), Bebauung (D_G) oder durch Boden- und Meteorologieeinflüsse (D_{BM}) zu rechnen, so ergibt sich für das Einfügungsdämpfungsmaß D_e ein gegenüber D_z verminderter Wert:

$$D_e = D_z - D_0 + D_m \geq 0 \text{ dB}.$$

Dabei ist D_0 die Summe der Schalldämpfung infolge obiger Einflussgrößen im Ausbreitungsweg des Schalles ohne Vorhandensein des Schallschirmes und D_m die im Ausbreitungsweg mit Schallschirm noch wirksame Zusatzdämpfung durch dieselben Einflüsse (siehe auch VDI 2720, Bl. 1).

Anhänge zur DEGA-Empfehlung 101 „Akustische Wellen und Felder“

Anhang A1 Nichtlineare Akustik

Tabelle A. 1-1: Allgemeine Größen und Begriffe der nichtlinearen Akustik

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	Abschnitt
RAYLEIGH'scher Schallstrahlungsdruck	Π_R	Pa	A1.3
LANGEVIN'scher Schallstrahlungsdruck	Π_L	Pa	A1.4
Akustische Strömungen			A1.5
Akustische Kavitation			A1.6
Wellenaufteilung			A1.7
Akustische MACH-Zahl	Ma_{ak}	-	A1.1
Nichtlinearitätsfaktor	β	-	A1.7

A1.1 Abgrenzung

Zur nichtlinearen Akustik gehören mechanische Schwingungen und Wellen in einem elastischen Medium, deren zugehörige Differentialgleichungen nichtlinear sind. In der linearen Akustik wird vorausgesetzt:

- Die schallbedingten Schwankungen des Druckes, der Dichte und der Temperatur sind klein gegenüber den Mittelwerten der jeweiligen Größen, d. h. gegenüber dem statischen Druck im Fluid, der mittleren Dichte des Fluids, der mittleren Temperatur des Fluids.
- Außerdem muss die Schallschnelle, d. h. die schallbedingte Schwankungsgeschwindigkeit der Fluidpartikel, sehr klein gegenüber der Schallgeschwindigkeit im Fluid sein, d. h. für die akustische MACH-Zahl gilt:

$$Ma_{ak} = \frac{\hat{v}}{c_0} = \frac{\hat{p}}{\rho_0 c_0^2} \ll 1$$

Nichtlineare akustische Phänomene treten auf, wenn die o. g. Schallfeldgrößen nicht mehr sehr klein gegenüber ihren jeweiligen mittleren Größen im Fluid sind.

A1.2 Nichtlineare akustische Phänomene

Zu den klassischen Phänomenen der nichtlinearen Akustik zählen folgende Erscheinungen:

- RAYLEIGH'scher Schallstrahlungsdruck,
- LANGEVIN'scher Schallstrahlungsdruck,
- akustische Strömungen, d. h. stationäre Wirbelströmungen, "Gleichströmungen",
- akustische Kavitation,
- Wellenaufteilung, Stoßwellen,
- aeroakustische Effekte, u. a. Wechselwirkungen zwischen Schall und Strömung .

Im Folgenden werden einige dieser nichtlinearen Phänomene beschrieben.

A1.3 RAYLEIGH'scher Schallstrahlungsdruck

Die Ursache dieser Erscheinung ist die Nichtlinearität der Zustandsgleichung $p(\rho)$ bzw. $p(V)$. Bei sinusförmigen Veränderungen des Gasvolumens um den Mittelwert V_0 folgt der zugehörige Zeitverlauf des Druckes p aus der adiabaten pV -Zustandskurve. Durch die Krümmung dieser Kurve ist die zeitliche Druckänderung nicht sinusförmig; außerdem ist der Mittelwert des Druckes etwas größer als der zu V_0 gehörende statische Druck p_0 . Diese Druckzunahme ist der RAYLEIGH'sche Schallstrahlungsdruck Π_R :

- für Gase:

$$\Pi_R = \left(\frac{\kappa+1}{4} \right) \bar{w}$$

mit:

$$\bar{w} = \rho_0 \overline{v^2}$$

mittlere Energiedichte in der Schallwelle

$$\kappa$$

Isentropen-, Adiabatenexponent,
für Luft: $\kappa = 1,4$;

- für Flüssigkeiten:

$$\Pi_R = \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{B}{A} \right) \right] \bar{w}$$

mit:

$$B, A$$

Nichtlinearitätsparameter,
für Wasser:

$$B/A = 4,2 \dots 6,1$$

(0°C bis 100°C) .

A1.4 LANGEVIN'scher Schallstrahlungsdruck

Die Ursache dieser Erscheinung ist die Nichtlinearität der Bewegungsgleichung (EULER-Gleichung), d. h. der Term der konvektiven Beschleunigung. Diese führt in einem freien Schallstrahl zu einem Unterdruck (vom ruhenden Beobachter aus gesehen), entsprechend dem BERNOULLI-Unterdruck in einer stationären Strömung. Aus dem umgebenden ruhenden Fluid strömt infolge des Unterdrucks Medium in den Schallstrahl ein. An einer absorbierenden Platte (senkrecht zum Schallstrahl) bedeutet für den Beobachter auf der Platte die Fluideinströmung in den Strahl eine Erhöhung des mittleren Druckes im Schallstrahl.

Diese Druckzunahme ist der LANGEVIN'sche Schallstrahlungsdruck Π_L :

$$\Pi_L = \bar{w} = -\rho_0 v^2 .$$

Der LANGEVIN'sche Schallstrahlungsdruck kann aus der Bewegungsgleichung (mit dem Glied der konvektiven Beschleunigung) und der Kontinuitätsgleichung abgeleitet werden.

A1.5 Akustische Strömungen

In einem Feld fortschreitender oder stehende Schallwellen können bei Anwesenheit von festen Hindernissen oder festen Wänden stationäre Wirbelströmungen auftreten, die durch den Einfluss der Zähigkeit bedingt sind. Sie entstehen durch die Wechselwirkung zwischen den Termen der konvektiven Beschleunigung und den Zähigkeitsgliedern in der Bewegungsgleichung. Dabei bildet sich in Wandnähe eine dünne akustische Grenzschicht, in der die Geschwindigkeit infolge der Zähigkeitswirkung in unmittelbarer Wandnähe vom endlichen Wert in der Schallwelle auf den Wert Null direkt an der festen Oberfläche abfällt (Haftbedingung).

Außerhalb dieser Grenzschicht entstehen stationäre Wirbelströmungen, die sogenannten akustischen Strömungen.

Beispiele für akustische Strömungen:

- RAYLEIGH'sche Strömungen zwischen festen Wänden,
- SCHLICHTING'sche Wirbelströmungen bei der Beschallung von festen bzw. bei schwingenden Zylindern,
- Oberflächenströmungen vor schwingenden Platten oder Membranen, z. B. Quarzwind,
- Mündungsströmung am HELMHOLTZ-Resonator.

A1.6 Akustische Kavitation

Unter Kavitation versteht man die Bildung von Hohlräumen in Flüssigkeiten.

Anmerkung:

- Hydrodynamische Kavitation:

In stationären Strömungen kann bei sehr hohen Geschwindigkeiten (z. B. in Querschnittsverengungen) der statische Druck so weit absinken, dass der Dampfdruck der Flüssigkeit bei der entsprechenden Temperatur erreicht wird. Die Flüssigkeit verdampft örtlich, es entstehen dampfgefüllte Blasen und damit eine Zweiphasenströmung Wasser/Dampf. Erreicht diese Strömung Gebiete mit niedrigerer Geschwindigkeit, so steigt der Druck in der Flüssigkeit wieder an, der Dampf in den Blasen kondensiert, die Flüssigkeitshohlräume kollabieren. Dieser Blasenkollaps ist mit starken Druckschwankungen in der Flüssigkeit verbunden, auch mit einer sehr starken Geräuschabstrahlung.

- Akustische Kavitation:

Diese Art der Kavitation tritt in Flüssigkeiten bei sehr hohen Schallenergien auf, und zwar in der Unterdruckphase des Schallwechseldrucks. Man unterscheidet die Gas- und die Dampfblasenkavitation:

A1.6.1 Akustische Gasblasenkavitation, Schwingungskavitation, "weiche" Kavitation

Flüssigkeiten enthalten meist gelöste Gase. In der Unterdruckphase der durchlaufenden Schallwelle können sich an Keimen, Gasresten oder kleinen, festen Partikeln größere Gasblasen entwickeln. In der Überdruckphase werden diese Gasblasen wieder kleiner, sie bleiben aber erhalten und steigen in der Flüssigkeit auf.

A1.6.2 Akustische Dampfblasenkavitation, "harte" oder echte Kavitation

Bei sehr hohen Schallintensitäten entstehen, auch bei völlig entgasten und gereinigten Flüssigkeiten, echte Kavitationsvorgänge wie bei der oben beschriebenen hydrodynamischen Kavitation. Die sich in der Unterdruckphase bildenden Dampfblasen implodieren in der Überdruckphase (nach der Kondensation des Dampfes); dabei entstehen im Inneren der Hohlräume extrem hohe Drücke (in der Größenordnung von 10^{10} Pa, das ist der 10^5 -fache Atmosphärendruck!) und extrem hohe Temperaturen (in der Größenordnung von 10.000 K!) und infolgedessen hohe Schallenergien. Außerdem tritt das Phänomen der Sonolumineszenz auf.

A1.7 Wellenaufteilung

Bei Berücksichtigung der Nichtlinearitäten in den Grundgleichungen der Akustik (Bewegungsgleichung, Kontinuitätsgleichung, Zustandsgleichung) ergibt sich eine Abhängigkeit der Schallschnelle (Fluidschwankungsgeschwindigkeit) und der Schallgeschwindigkeit vom Druck: $v(p)$, $c(p)$. Damit folgt aus den Grundgleichungen für den Schalldruck einer Schallwelle (bei Ausbreitung in die $+x$ -Richtung)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

mit der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit $v + c$. Das bedeutet, dass sich infolge $v(p) + c(p)$ Punkte der Welle mit unterschiedlicher Druckamplitude auch mit unterschiedlicher Geschwindigkeit ausbreiten.

Für die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit erhält man

$$c + v = c_0 + \beta v = c_0 (1 + \beta M_{ak})$$

mit dem Nichtlinearitätsfaktor $\beta = 1 + \left(\rho c \frac{\partial c}{\partial p} \right)_0$

und der akustischen MACH-Zahl $Ma_{ak} = v / c_0$.

Der Nichtlinearitätsfaktor ergibt sich zu

$$\beta = 1 + \frac{1}{2} \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_0$$

$$\beta = 1 + \frac{1}{2} \frac{B}{A}$$

Für ideale Gase gilt:

$$A = \rho_0 c_0^2 = \kappa p_0,$$

$$B = \kappa (\kappa - 1) p_0$$

und damit

$$B/A = \kappa - 1$$

bzw. für den Nichtlinearitätsfaktor

$$\beta = 1 + B/(2A) = (\kappa + 1)/2$$

Für Luft erhält man: $\beta = 1,2$,

für Wasser: $\beta = 3,1 \dots 4,1$ (für $t = 0^\circ\text{C}$ bis 100°C).

In der fortschreitenden Schallwelle ergibt sich für den Schalldruck im nichtlinearen Schallfeld der Lösungsansatz

$$\begin{aligned} p &= p'_0 \sin \left\{ \omega \left[t - \frac{x}{c} \right] \right\} \\ &= p'_0 \sin \left\{ \omega \left[t - \frac{x}{c_0 (1 + \beta Ma_{ak})} \right] \right\} \\ p &\approx p'_0 \sin \left\{ \omega \left[t - \frac{x}{c_0} (1 - \beta Ma_{ak}) \right] \right\} \\ p &\approx p'_0 \sin \left\{ \omega \left[t - \frac{x}{c_0} \left(1 - \beta \frac{p}{\rho_0 c_0^2} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Es ist zu beachten, dass der Schalldruck p auch im Argument des Sinus steht.

Die Gleichung für den Schalldruck lautet in dimensionsloser Darstellung (RIEMANN'sche Gleichung)

$$\Pi = \sin(\Theta + \sigma \Pi)$$

mit

$$\Pi = \frac{p}{p'_0}, \quad \text{dimensionsloser Schalldruck,}$$

$$\Theta = \omega \tau = \omega \left[t - \frac{x}{c_0} \right], \quad \text{dimensionslose Zeit,}$$

$$\sigma = \beta Ma_{ak} kx, \quad \text{dimensionslose Entfernung.}$$

Die grafische Darstellung dieser Gleichung zeigt, dass durch die Abhängigkeit der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von der Druckamplitude die ursprünglich sinusförmige Welle aufgesteilt wird, d. h. in Richtung auf ein Sägezahnprofil verzerrt wird.

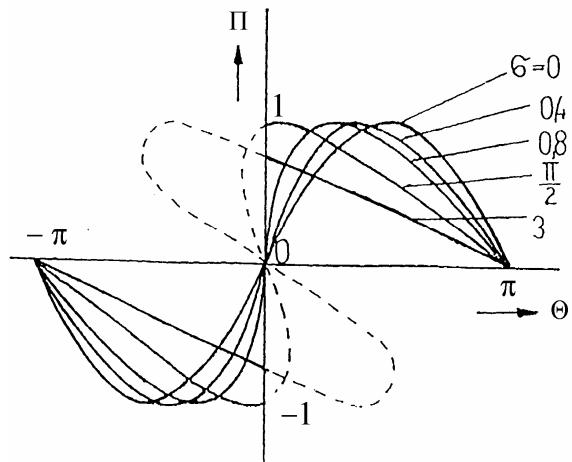


Abbildung A1-1: Grafische Darstellg. der RIEMANN'schen Gleichung

Jede Kurve dieses Bildes gilt für einen Wert von $\sigma = \beta Ma_{ak} kx = \text{konstant}$, d. h. bei einer bestimmten Entfernung x von der Schallquelle. Mit wachsenden Werten von $\sigma \sim x$ werden im dämpfungsfreien Fluid die Abweichungen von der Sinusform immer größer.

Zum Spektrum nichtlinearer Schallwellen (bei der Wellenaufsteilung):

Da eine anfangs sinusförmige Schallwelle infolge der nichtlinearen Effekte auf ihrem Ausbreitungsweg verzerrt wird, erscheinen im Spektrum dieser Welle in zunehmendem Maße weitere Harmonische des Ausgangssignals. Die FOURIER-Analyse der (RIEMANN'schen) Gleichung

$$\Pi = \sin(\Theta + \sigma \Pi)$$

führt auf das diskrete Spektrum

$$\Pi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n \sigma} J_n(n \sigma) \sin n \Theta$$

im Bereich $0 \leq \sigma < 1$.

Damit kann die Entwicklung der Schalldruckkomponente einzelner Harmonischer in Abhängigkeit von der Lauflänge σ für $\sigma < 1$ (also vor Auftreten des Stoßes) verfolgt werden. Mit Hilfe der Reihenentwicklung der BESSEL-Funktion lässt sich zeigen, dass sich die

Amplitude der Grundwelle mit wachsender Lauflänge σ vermindert, während die Amplituden der ersten Oberwellen mit wachsendem σ zunehmen.

Da das Fluid als verlustfrei vorausgesetzt worden ist, wird die Energie unter den Harmonischen lediglich umverteilt.

Abbildung A1-2 veranschaulicht das Gesamtszenario der Ausbreitung nichtlinearer Schallwellen.

Ausgangspunkt ist eine sinusförmige Welle mit endlicher Amplitude, die sich in einem nichtlinearen, thermoviskosen Fluid ausbreitet.

Bereich I:

- nichtlineare Effekte sind vorherrschend, dissipative Verluste sind vernachlässigbar klein;
- Verzerrung der Sinusform, die Welle steilt sich auf;
- im Gebiet des Nulldurchgangs der Welle bildet sich ein Drucksprung, eine stoßförmige Diskontinuität der Druckwelle.

Bereich II

- mit wachsender Entfernung formiert sich das Sägezahnprofil der Druckwelle;
- dissipative Effekte und Wärmeleitungsverluste müssen berücksichtigt werden;
- diese Verluste vermindern zwar die Amplitude der Druckwelle, aber die gleichzeitig noch andauernde kumulative Wirkung der nichtlinearen Verzerrungen stabilisiert in diesem Bereich das sägezahnförmige Wellenprofil;
- mit zunehmender Lauflänge der Welle verliert die Welle auf Grund der starken Verluste allmählich ihre Steilheit;
- infolge der starken Dissipation kehrt die Welle am Ende des Bereiches II zur ursprünglichen sinusförmigen Wellenform zurück.

Bereich III ("old-age"-Bereich)

- in diesem Bereich liegt wiederum eine nahezu sinusförmige Druckverteilung vor, jedoch mit kleinen Amplituden;

- die nichtlinearen Effekte können vernachlässigt werden;
- in diesem Bereich der linearen Akustik werden die Amplituden der Schallwelle mit fortschreitender Lauflänge durch die normale Fluidabsorption vermindert;
- Übergang vom Bereich II zum Bereich III ist durch den Effekt der akustischen Sättigung gekennzeichnet, d. h. die Amplitude der "old-age"-Welle ist relativ unabhängig von der starken Quellamplitude des Drucksignals.

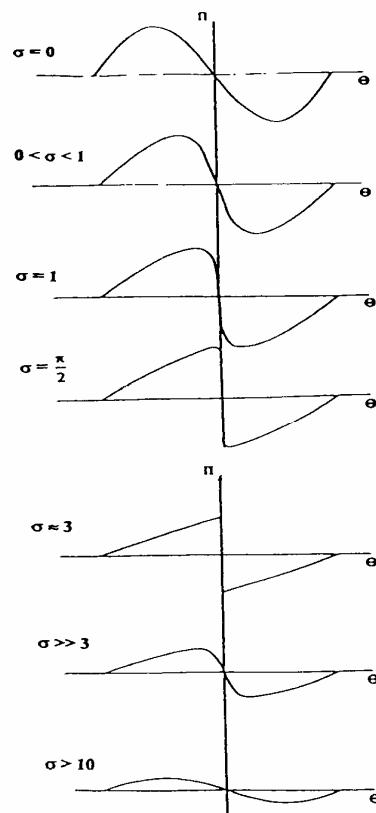


Abbildung A1-2: Gesamtszenario der Ausbreitung nichtlinearer Schallwellen

Anhang A2 Mechanismen des Zustandekommens von Verlusten bei der Schallausbreitung

Tabelle A2 -1: Verluste bei der Schallausbreitung

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	siehe Abschnitt
Schubspannung	τ	Nm^{-2}	A2.2
dynamische Viskosität	η	Pa s	A2.2
längenbezogene Strömungsresistanz	ξ_i	Ns m^{-4}	A2.2
spezifische längenbezogenen Impedanz			A2.2
Wärmeleitfähigkeit	λ	$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	A2.3
Verdichtung	$\delta, \underline{\delta}$	-	A2.3
akustische Nachgiebigkeit	N_{ak}	$\text{m}^3 \text{Pa}^{-1} = \text{m}^4 \text{s}^2 \text{kg}^{-1}$	A2.3
Ausbreitungskonstante	γ	m^{-1}	A2.4
Dämpfungskonstante	α	m^{-1}	A2.4
Phasenkonstante	β	m^{-1}	A2.4
Dämpfungskoeff. (molek. Luftabsorption)	m	m^{-1}	A2.5

A2.1 Verluste durch Zähigkeitswirkungen im Fluid

Durch die Zähigkeit eines Fluids werden einerseits in einem Schallfeld in der Nähe fester Berandungen (z.B. in engen Kanälen) Schubspannungen hervorgerufen. Diese resultieren aus dem Abfall der Schallschnelle zur Wand hin auf Null (Wandhaftbedingung). Sie können physikalisch durch den Widerstand gegen scherende Verformungen erklärt werden, der zwischen zwei benachbarten Fluidschichten mit unterschiedlicher Schallschnelle infolge der molekularen Zähigkeitswirkung auftritt.

Andererseits werden in einer Schallwelle durch die Viskosität zusätzliche, zähigkeitsabhängige Normalspannungen produziert, die sich dem Schalldruck überlagern. Sie entstehen durch die Geschwindigkeitsänderungen

$\frac{\partial v_i}{\partial x_i}$ in den drei Raumrichtungen $i = x, y, z$,

allerdings nach STOKES nur dann, wenn diese, wie z.B. in der ebenen Welle, nicht gleich sind.

Beide Arten von Zähigkeitswirkungen, die in analoger Weise auch bei den Wärmeleitungseffekten in Erscheinung treten, sollen im Folgenden kurz behandelt werden.

A2.2 Zähigkeitsreibung in engen Kanälen

In NEWTON'schen Fluiden gilt für die Schubspannung:

$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial n} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

mit: η dynamische Viskosität, Maßeinheit: Pa s.

Ausgangspunkt zur Berechnung der Reibungsverluste ist die allgemeine Bewegungsgleichung des Fluides, d.h. die NAVIER-STOKES-Gleichung. Aus dieser folgt mit den wesentlichen Annahmen

- Linearisierung,
 - Schallausbreitung in x -Richtung, und
 - der Quergeschwindigkeitsgradient $\frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ ist infolge der Wandhaftbedingung sehr viel größer als der Gradient $\frac{\partial v_i}{\partial x_i}$ der Schallschnelle in Schallausbreitungsrichtung
- die Bewegungsgleichung in x -Richtung:

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} ,$$

bzw. mit Einführen komplexer Amplituden

$$\frac{d^2 v_x}{dy^2} - j \frac{\omega \rho}{\eta} v_x = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} .$$

Schlitzförmiger Kanalquerschnitt:

Als Lösung der Bewegungsgleichung für den schlitzförmigen Kanalquerschnitt der Breite b ergibt sich mit den Randbedingungen (Wandhaftbedingung):

$$y = \pm \frac{b}{2} \Rightarrow v_x = 0$$

$$\underline{v}_x = -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{dp}{dx} \left[1 - \frac{\cosh \sqrt{j\frac{\omega\rho}{\eta}} y}{\cosh \sqrt{j\frac{\omega\rho}{\eta}} \frac{b}{2}} \right] .$$

Zur Berechnung der spezifischen Impedanz wird die mittlere Schallschnelle im Kanalquerschnitt ermittelt

$$\begin{aligned} \underline{v}_{xm} \cdot \frac{b}{2} &= \int_0^{\frac{b}{2}} \underline{v}_x dy \\ &= -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{dp}{dx} \left[1 - \frac{\tanh \sqrt{j\frac{\omega\rho}{\eta}} \frac{b}{2}}{\sqrt{j\frac{\omega\rho}{\eta}} \frac{b}{2}} \right] \end{aligned}$$

aus der die spezifische, längenbezogene Impedanz folgt

$$\begin{aligned} \frac{-\frac{dp}{dx}}{\underline{v}_{xm}} &= \gamma \cdot \Xi_i + j\omega\rho\chi \\ &= j\omega\rho \left[1 - \frac{\tanh \sqrt{j\frac{\omega\rho}{\eta}} \frac{b}{2}}{\sqrt{j\frac{\omega\rho}{\eta}} \frac{b}{2}} \right]^{-1} \end{aligned}$$

mit: $\Xi_i = \frac{12\eta}{b^2}$ innere Längenbezogene Strömungsresistanz des Schlitzkanals ($[\Xi_i] = \text{Ns m}^{-4}$)
 γ, χ dimensionslose Faktoren.

Für tiefe Frequenzen, d.h. für $\sqrt{j\frac{\omega\rho}{\eta}} \frac{b}{2} \ll 1$, gilt

näherungsweise:

$$\frac{-\frac{dp}{dx}}{\underline{v}_{xm}} = \frac{12\eta}{b^2} + j\omega\rho \frac{6}{5} .$$

Kreisförmiger Kanalquerschnitt:

Analog zu den oben angestellten Überlegungen folgen mit der Bewegungsgleichung in Zylinderkoordinaten für den kreisförmigen Kanalquerschnitt:

$$\rho \frac{\partial \underline{v}_x}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 \underline{v}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{v}_x}{\partial r} \right)$$

$$\text{bzw.: } \frac{d^2 \underline{v}_x}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{v}_x}{\partial r} - j \frac{\omega\rho}{\eta} \underline{v}_x = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} .$$

- Randbedingung (Wandhaftbedingung):

$$r = R \rightarrow \underline{v}_x = 0 .$$

- Verteilung der Schallschnelle im Kanal:

$$\underline{v}_x(r) = -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{dp}{dx} \left[1 - \frac{J_0(k_\eta r)}{J_0(k_\eta R)} \right] ;$$

mittlere Geschwindigkeit:

$$\underline{v}_{xm} = -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{dp}{dx} \left[1 - \frac{2}{k_\eta R} \frac{J_1(k_\eta R)}{J_0(k_\eta R)} \right] .$$

- Spezifische Impedanz:

Näherung für tiefe Frequenzen $k_\eta R \ll 1$:

$$\frac{-\frac{dp}{dx}}{\underline{v}_{xm}} = \frac{8\eta}{R^2} + j\omega\rho \frac{4}{3} .$$

Näherung für hohe Frequenzen für die beiden Kanalformen Kreisquerschnitt, Schlitzquerschnitt

($|k_\eta R|, |k_\eta b/2| \gg 1$):

Es lässt sich schreiben:

$$\frac{-\frac{dp}{dx}}{\underline{v}_{xm}} = \frac{j\omega\rho}{1 - \frac{U}{S} \frac{1}{k_\eta}}$$

$$\text{mit: } k_\eta = (1 \pm j) \sqrt{\frac{\omega\rho}{2\eta}}$$

$$\text{und: } \frac{U}{S} = \begin{cases} \frac{2}{b} & \text{Schlitz} \\ \frac{2}{R} & \text{Kreis} \end{cases} .$$

Bei hohen Frequenzen beeinflusst die Reibung nur eine kleine Randschicht des Kanalquerschnittes, deren Längenabmessung klein gegenüber der Querabmessung des Kanals ist.

A2.3 Verluste durch Wärmeleitung in engen Kanälen

Es wird der Einfluss der Wärmeleitung auf den Verdichtungsvorgang im Schallfeld berücksichtigt, und zwar im

- isothermen Bereich (tiefe Frequenzen),
- adiabaten Bereich (mittlere und hohe Frequenzen).

Dazu erfolgt die Berechnung der Verdichtung δ in Abhängigkeit von der Frequenz, d.h. vom isothermen Bereich über den Übergangsbereich bis hin zum adiabaten Bereich. Aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik, dem FOURIER'schen Gesetz der Wärmeleitung und der Wärmeenergiebilanzgleichung folgt die Differenzialgleichung für die Wärmeleitung

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} - \frac{c_p \rho}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\lambda} \frac{\partial p}{\partial t}$$

bzw. in der Darstellung mit komplexen Amplituden

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_i^2} - j\omega \frac{c_p \rho}{\lambda} \Theta = -\frac{j\omega}{\lambda} \frac{p}{\rho}$$

mit: Θ Temperaturschwankungen im Schallfeld, λ Wärmeleitfähigkeit, Maßeinheit: $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, c_p spezifische Wärme bei konstantem Druck.

Schlitzförmiger Kanalquerschnitt:

Als Lösung der Wärmeleitungsgleichung für das Schallfeld im schlitzförmigen Kanalquerschnitt folgt mit den Randbedingungen

$$y = \pm \frac{b}{2} \rightarrow \underline{\Theta} = 0 ,$$

(d.h. die Begrenzungswände sind unendlich gut wärmeleitend) die Lösung der Differentialgleichung zu:

$$\underline{\Theta} = \frac{\underline{p}}{\rho c_p} \left(1 - \frac{\cosh \sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} y}{\cosh \sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}} \right) .$$

Damit kann die Verdichtung $\underline{\delta}$ bzw. die akustische Nachgiebigkeit N_{ak} für das Schlitzvolumen berechnet werden (siehe 1.6.6).

Die Verdichtung ist wie folgt definiert:

$$\underline{\delta} = -\frac{dV}{V} .$$

Daraus folgt mit Hilfe der Gasgleichung und für komplexe Amplituden:

$$\underline{\delta} = -\frac{V}{V_0} = \frac{\underline{p}}{p_0} - \frac{\underline{\Theta}}{T_0} .$$

Die akustische Nachgiebigkeit ist definiert durch:

$$N_{ak} = -\frac{dV}{dp} .$$

Somit erhält man folgenden Zusammenhang zwischen der Verdichtung und der akustischen Nachgiebigkeit:

$$N_{ak} = \underline{\delta} \frac{V_0}{p} .$$

Mit dem obigen Temperaturverlauf $\underline{\Theta}$ ergibt sich die frequenzabhängige Verdichtung zu:

$$\begin{aligned} \underline{\delta} = \frac{\underline{p}}{p_0} - \frac{\underline{\Theta}}{T_0} &= \frac{\underline{p}}{p_0} \left(1 - \frac{\underline{\Theta}}{\underline{p}} \rho_0 R \right) \\ &= \frac{\underline{p}}{p_0} \left[1 - \frac{\kappa-1}{\kappa} \left(1 - \frac{\cosh \sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} y}{\cosh \sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}} \right) \right] \end{aligned}$$

und als Mittelwert der Verdichtung über die Kanalbreite:

$$\underline{\delta}_m = \frac{\underline{p}}{p_0} \left[1 - \frac{\kappa-1}{\kappa} \left(1 - \frac{\tanh \sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}}{\sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}} \right) \right] .$$

Spezialfälle:

- tiefe Frequenzen ($\omega \rightarrow 0$) \rightarrow isotherme Verdichtung:

$$\underline{\delta}_m|_{\omega \rightarrow 0} = \frac{\underline{p}}{p_0} ;$$

- hohe Frequenzen ($\omega \rightarrow \infty$) \rightarrow adiabate Verdichtung:

$$\underline{\delta}_m|_{\omega \rightarrow \infty} = \frac{\underline{p}}{\kappa p_0} ;$$

- Übergangsbereich (ω beliebig):

$$\underline{\delta}_m|_{\omega \text{ beliebig}} = \frac{\underline{p}}{\kappa p_0} \left[1 + (\kappa-1) \frac{\tanh \sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}}{\sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}} \right] .$$

Die akustische Nachgiebigkeit des schlitzförmigen Volumens folgt mit $\underline{\delta}_m$

- für den isothermen Fall zu

$$N_{ak} = \frac{V_0}{p_0} ,$$

- für den adiabaten Fall zu

$$N_{ak} = \frac{V_0}{\kappa p_0} ,$$

- für den Fall beliebiger Frequenzen zu

$$N_{ak}|_{\omega \text{ beliebig}} = \frac{V_0}{\kappa p_0} \left[1 + (\kappa-1) \frac{\tanh \sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}}{\sqrt{j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda}} \frac{b}{2}} \right] .$$

Kreisförmiger Kanalquerschnitt:

Analog dazu folgen die Gleichungen für den kreisförmigen Kanalquerschnitt:

Wärmeleitungsgleichung (Zylinderkoordinaten)

$$\frac{\partial^2 \underline{\Theta}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{\Theta}}{\partial r} - j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda} \underline{\Theta} = - \frac{j \omega}{\lambda} \underline{p} .$$

Lösung: Verteilung der „Schalltemperatur“ über den Kreisquerschnitt

$$\underline{\Theta}(r) = \frac{\underline{p}}{\rho c_p} \left(1 - \frac{J_0(k_\lambda r)}{J_0(k_\lambda R)} \right)$$

$$\text{mit: } k_\lambda^2 = -j \frac{\omega \rho c_p}{\lambda} .$$

Akustische Nachgiebigkeit

$$N_{ak} = \frac{V_0}{\kappa p_0} \left[1 + (\kappa-1) \frac{2}{k_\lambda R} \frac{J_1(k_\lambda R)}{J_0(k_\lambda R)} \right] .$$

Spezialfälle:

- Isotherme Vorgänge, adiabate Vorgänge: s.o. (schlitzförmiger Querschnitt).

- für beliebige Frequenzen:

$$N_{ak}|_{\omega \text{ beliebig}} = \frac{V_0}{\kappa p_0} \left[1 + (\kappa-1) \frac{2}{k_\lambda R} \frac{J_1(k_\lambda R)}{J_0(k_\lambda R)} \right] .$$

A2.4 Verluste durch Zähigkeits- und Wärmeleitungseffekte am Beispiel der ebenen Welle

In den akustischen Grundgleichungen müssen die Effekte durch die Zähigkeitsreibung und die Wärmeleitung berücksichtigt werden.

Es wird eindimensionale Schallausbreitung in x -Richtung betrachtet. Folgende Grundgleichungen werden benötigt:

- Bewegungsgleichung mit Reibungskräften:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\eta}{\rho_0} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2},$$

- Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0,$$

- Zustandsgleichung mit Wärmeleitungseffekten:

$$p = c_0^2 \rho - \lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \frac{\partial v_x}{\partial x}.$$

Die Wellengleichung (mit Zähigkeits- und Wärmeleitungswirkungen) ergibt sich daraus zu

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{b}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) = 0$$

$$\text{mit: } b = \underbrace{\frac{4}{3} \eta}_{\text{Zähigkeitseffekte}} + \underbrace{\lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)}_{\text{Wärmeleitungseffekte}}.$$

Durch Einführen komplexer Amplituden erhält man:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{k^2}{1 + j \frac{b \omega}{\rho_0 c_0^2}} p = 0.$$

Nach Einsetzen des Lösungsansatzes

$$p = \underline{p}_1 e^{-\underline{\gamma} x}$$

in die Wellengleichung erhält man die Ausbreitungs- konstante $\underline{\gamma}$:

$$\underline{\gamma} = jk \sqrt{\frac{1 - j \frac{b \omega}{\rho_0 c_0^2}}{1 + \left(\frac{b \omega}{\rho_0 c_0^2} \right)^2}}.$$

Dabei gilt:

$$\frac{b \omega}{\rho_0 c_0^2} = \frac{\omega}{\rho_0 c_0^2} \left[\frac{4}{3} \eta + \frac{\lambda}{c_p} (\kappa - 1) \right]$$

$$\text{mit: } \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} = \frac{1}{c_p} (\kappa - 1).$$

Das Verhältnis von Wärmeleitungseffekt und Zähigkeits- effekt ergibt sich zu (siehe Wellengleichung, Gl. für b):

$$\frac{\frac{\lambda}{c_p} (\kappa - 1)}{\frac{4}{3} \eta} \approx 0,4, \quad \text{für Luft}$$

d.h. der Wärmeleitungseffekt ist gegenüber dem Zähig- keitseffekt nicht vernachlässigbar.

Die Ausbreitungskonstante ergibt sich bei $\frac{b \omega}{\rho_0 c_0^2} \ll 1$ zu:

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &\approx jk \left(1 - j \frac{1}{2} \frac{b \omega}{\rho_0 c_0^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{b \omega}{\rho_0 c_0^2} k + jk \\ &= \alpha + j\beta \end{aligned}$$

mit: $\underline{\gamma}$ Ausbreitungskonstante,

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{b \omega^2}{\rho_0 c_0^3} \quad \text{Dämpfungskonstante,}$$

$$\beta = k \quad \text{Phasenkonstante.}$$

Der Effektivwert des Schalldruckes nimmt exponentiell mit x ab:

$$\tilde{p} = \tilde{p}_1 e^{-\alpha x},$$

die Schalldruckpegelminderung ΔL über eine Entfernung Δx beträgt:

$$\Delta L = 20 \cdot \lg \left(e^{-\alpha \Delta x} \right) \text{dB} \approx -8,7 \alpha \Delta x \text{ dB}.$$

A2.5 Verluste durch Anregung von Molekülschwingungen (molekulare Luftabsorption)

Mit den periodischen Druck- und Temperaturänderungen in einer Schallwelle ist ein periodischer Energieaus- tausch mit den einzelnen Molekülen des Fluids ver- bunden. Bei Luft als einem zweiatomigen Gas bedeutet das, dass am Energieaustausch die drei Freiheitsgrade der Translationsbewegung, die beiden Freiheitsgrade der Rotationsbewegung (die beiden Atome des Moleküls können sich nach dem „Hantelmodell“ um zwei senk- recht zueinander liegende Rotationsachsen drehen) und der innere Freiheitsgrad durch das Gegeneinander- schwingen der beiden Atome beteiligt sind. Für die hier interessierenden Verluste in der Schallwelle spielt der letztgenannte Freiheitsgrad die entscheidende Rolle.

Diese sogenannte molekulare Luftabsorption wird vor allem durch das Vorhandensein von Wassermolekülen hervorgerufen. Nach KNESER kann der durch diesen Effekt beschriebene Dämpfungskoeffizient m angegeben werden:

$$m = \frac{2\pi 10^{-5} (0,81 + 0,022f) \cdot \tau f^2}{1 + 4\pi^2 \tau^2 f^2}$$

mit: τ Relaxationszeit (in s),

$$\tau^1 = 1,92 \cdot 10^5 h^{1,3},$$

h Wasserdampfpartialdruck der feuchten Luft, bezogen auf den Gesamtdruck $h(t, \varphi)$,

φ relative Luftfeuchte.

Der Koeffizient m bestimmt den exponentiellen Abfall der Schallenergie infolge der molekularen Luftabsorption

$$w = w_0 e^{-mx}.$$

Der Dämpfungskoeffizient α für den Schalldruck

$$p = p_0 e^{-\alpha x}$$

steht mit m in dem Zusammenhang:

$$\alpha = \frac{m}{2}.$$

Damit ergibt sich die Minderung des Schalldruckpegels infolge dieses Dämpfungseffektes zu

$$\begin{aligned} \Delta L &= -8,7\alpha \Delta x \\ &= -4,35 m \Delta x \end{aligned}$$

In der Fachliteratur wird dieser Dämpfungskoeffizient meist als

$$\alpha_L = -\frac{\Delta L}{\Delta x} = 4,35 m$$

in dB km⁻¹ angegeben, und zwar in Abhängigkeit von

- der relativen Luftfeuchte φ ,
- der Temperatur in °C und
- der Frequenz.

Der Effekt der molekularen Luftabsorption ist bei der Schallausbreitung im Freien bei größeren Entfernungen zwischen dem Schallsender und dem Empfänger sowie bei der Schallausbreitung in großen Räumen zu berücksichtigen, und zwar insbesondere im Bereich höherer Frequenzen (siehe auch Abschnitt 6.3).

Anhang A3 Hörakustik

Tabelle A3-1: Allgemeine Größen und Begriffe

Größe, Begriff	Formelzeichen	SI - Einheit	Abschnitt
Schalldruckpegel	L, L_p	dB	A3.2
Frequenzbewertung			A3.3
Zeitbewertung			A3.4
Lautstärkepegel	L_S, L_N	(phon)	A3.5
Lautheit	N	(sone)	A3.6
Hörfeld			A3.7
Hörschwelle			A3.7
Schmerzschwelle			A3.7
Verdeckung			A3.8
Cocktailpartyeffekt			A3.9.2

A3.1 Einführung

Akustische Vorgänge wie Schallentstehung und Schallausbreitung sind Phänomene rein physikalischer Art. Sie lassen sich mit mathematischen Mitteln vollständig beschreiben.

Zusätzlich zu den physikalisch interpretierbaren Erscheinungen ergeben sich jedoch auf dem Gebiet der Akustik besondere Aspekte aus der Fähigkeit des Menschen, akustische Vorgänge mit Hilfe des Gehörs subjektiv wahrnehmen zu können.

Der Mensch kann sich anhand akustischer Signale in seiner Umgebung orientieren, er kann vor allem mit Hilfe der Sprache mit seiner Umgebung kommunizieren und er kann z. B. durch das Hören von Musik ästhetischen Genuss empfinden.

Der Hörvorgang ist gekennzeichnet durch Basiseigenschaften, die z. B. beim Hören reiner Töne besonders in Erscheinung treten und analysiert werden können. Darauf aufbauend verfügt der Mensch jedoch auch über sehr komplexe Fähigkeiten der Schallwahrnehmung, die z. B. mit dem Verstehen von Sprache verbunden sind oder etwa bei der Beurteilung der Qualität eines Musikinstruments deutlich werden.

Ihrem Wesen entsprechend sind Hörwahrnehmungen durch Kategorien des subjektiven Empfindens zu beschreiben. Da die Erfassung von Hörwahrnehmungen auf der Basis subjektiver Urteile meist schwierig, aufwändig und mit Fehlern behaftet ist, ist es ein wichtiges Forschungsziel, subjektive Hörwahrnehmungen mit Hilfe von Modellen so zu beschreiben, dass anhand von Merkmalen der Schalldruck-Zeit-Funktion eine objektive Erfassung von Hörwahrnehmungen möglich ist.

Beispiele, wo besonders umfangreiche und erfolgreiche Untersuchungen zur Entwicklung von Modellen zur objektiven Erfassung von Hörwahrnehmungen durch-

geführt wurden, sind die Gebiete der Lautstärkebildung und der Hörsamkeit von Räumen. Wenn jedoch komplexe Wahrnehmungen auszuwerten sind, z. B. bei der Qualitätsbeurteilung von Lautsprecherboxen, kann auf subjektive Tests nach wie vor nicht verzichtet werden.

A3.2 Schalldruckpegel

Die für das physikalische Geschehen relevante Kenngröße ist die Feldgröße Schalldruck $p(t)$ (siehe 1.3.1). Der daraus abgeleitete Schalldruckpegel L_p , häufig kurz als Schallpegel L bezeichnet, wurde eingeführt, um die in der Schalldruck-Zeit-Funktion enthaltene Information zu verdichten und um grundlegende Eigenschaften der Hörwahrnehmung zu berücksichtigen.

In die Definition des Schalldruckpegels (siehe 1.3.1)

$$L = 10 \lg \frac{\tilde{p}^2}{p_0^2} \text{ dB}$$

mit: \tilde{p} Effektivwert des Schalldruckes
 p_0 Bezugsschalldruck ($p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$)

sind folgende Merkmale der Hörwahrnehmung einbezogen:

- Logarithmischer Anstieg entsprechend dem Zusammenhang zwischen Reizstärke und Sinneseindruck (WEBER-FECHNER'sches Gesetz)
- Orientierung des Bezugsschalldrucks an der Hörschwelle
- Kurzzeiteffektivwertbildung.

Durch zusätzliche Bewertungen können weitere Eigenarten der Hörwahrnehmung bei der Schallpegelmessung berücksichtigt werden.

A3.3 Frequenzbewertung

Mit Hilfe der Frequenzbewertung wird bei Messungen des Schalldruckpegels die Frequenzabhängigkeit der Hörwahrnehmung näherungsweise nachgebildet, die durch die Kurven gleichen Lautstärkepegels (siehe A3.5) beschrieben wird. Um dabei zu berücksichtigen, dass auch eine Abhängigkeit vom Lautstärkepegel besteht, wurden die Frequenzbewertungen A, B und C eingeführt, die unterschiedlichen Pegelbereichen zugeordnet sind. Der Verlauf dieser Bewertungen nimmt Bezug auf die folgenden Isophonen (siehe A3.7):

Frequenzbewertung Bezugsisophone

A	40 phon
B	80 phon
C	100 phon

Während laufender Messungen wird die Frequenzbewertung grundsätzlich nicht umgeschaltet, auch nicht, wenn durch sich ändernde Pegelverhältnisse ein anderer Bezugsisophonenbereich gewählt werden müsste. Unabhängig vom Signalpegel wird zur Vereinheitlichung der Messalgorithmen und im Interesse der Vergleichbarkeit der Messergebnisse in Anwendungsnormen häufig generell die Benutzung der A-Bewertung vorgeschrieben.

A3.4 Zeitbewertung

Mit Hilfe der Zeitbewertung erfolgt neben einer gleitenden Messwertmittelung die Nachbildung der Zeitabhängigkeit des Lautheitseindrückes im Ohr. Funktionell kann die Zeitbewertung durch einen Tiefpass veranschaulicht werden, der durch die Zeitkonstante τ charakterisiert ist.

In der Praxis werden folgende Zeitbewertungen verwendet:

Zeitbewertung	Zeitkonstanten
S (slow)	$\tau = 1\text{s}$
F (fast)	$\tau = 125\text{ ms}$
I (Impuls)	$\tau_{\text{an}} = 35\text{ ms}$, $\tau_{\text{ab}} = 1,5\text{ s}$.

Die Zeitbewertung S wird angewendet, wenn der Schallpegel auf der Basis des Energieäquivalenzprinzips gebildet werden soll, d. h. es wird über das Quadrat der Schalldruck-Zeit-Funktion gemittelt.

Die Zeitbewertung Impuls wurde eingeführt, um die Trägheit der Lautstärkebildung des Gehörs nachzubilden. Neuere Erkenntnisse deuten jedoch darauf hin, dass die Zeitbewertung F dieser Zielsetzung näher kommen könnte.

Die lange Rücklaufzeit bei der Zeitbewertung Impuls hat zur Folge, dass je nach Verlauf der Schalldruck-Zeit-Funktion höhere Messwerte als bei den symmetrischen Zeitbewertungen F oder S erhalten werden. Die Zeitbewertung Impuls könnte deshalb z. B. zur Lästigkeitsermittlung von Schallsituationen bedeutsam bleiben.

Ursprünglich war die Zeitbewertung wichtig, um durch die damit verbundene Glättung des Pegel-Zeit-Verlaufs das Ablesen von Messergebnissen bei analog arbeitenden Zeigerinstrumenten zu unterstützen oder überhaupt erst zu ermöglichen. Durch den Übergang zur digitalen Messwertanzeige besteht diese Aufgabe nicht mehr. Bei digitaler Messwertanzeige muss das Messergebnis für Zeiträume unverändert zur Verfügung stehen, die für das Ablesen benötigt werden. Das kann die Zeitbewertung nicht leisten. Wird dennoch mit Zeitbewertung gemessen, ist das nur sinnvoll, wenn Gehöreigenschaften zu berücksichtigen sind oder wenn Bewertungen z. B. hinsichtlich Lästigkeit vorgenommen werden sollen.

Wird unter Einbeziehung der Zeitbewertungen F oder S, die hinsichtlich des An- und Abklingvorgangs symmetrisch sind, bei stationären, z. B. rauschartigen Vorgängen über einen längeren Zeitraum ($T \gg \tau$) energetisch gemittelt, erhält man das gleiche Ergebnis wie bei Messungen ohne Zeitbewertung.

A3.5 Lautstärke

Die subjektiv empfundene Lautstärke eines Schallereignisses wird in der technischen Akustik durch den Lautstärkepegel L_S (L_N) gekennzeichnet. Der Lautstärkepegel eines Schallereignisses entspricht dem Schalldruckpegel eines gleichlaut empfundenen 1000-Hz-Tones:

$$L_{S,1\text{kHz}} / \text{phon} \Leftrightarrow L_{p,1\text{kHz}} / \text{dB} .$$

Der Lautstärkepegel L_S (L_N) wird in „phon“ angegeben. Der Lautstärkepegel ist an sich eine dimensionslose Größe. Um deutlich zu machen, dass es sich bei einer Messwertangabe um den Lautstärkepegel handelt, wurde von Barkhausen die besondere Bezeichnung „phon“ eingeführt. Der Index „S“ zeigt an, dass der Lautstärkepegel durch Hörvergleich ermittelt wurde. „N“ kennzeichnet einen berechneten Lautstärkepegel.

A3.5.1 Ermittlung des Lautstärkepegels durch Hörvergleich

Die Ermittlung des Lautstärkepegels L_S auf subjektiver Basis erfolgt in zwei Schritten:

1. Hörvergleich des zu beurteilenden Schallereignisses (Objektschall) mit einem 1-kHz-Ton (Standardschall), so dass beide gleich laut wahrgenommen werden.
2. Messung des Schalldruckpegels L_p des Standardschalls. Das Messergebnis entspricht dem gesuchten Lautstärkepegel des Objektschalls in phon.

Achtung!

Schalldruckpegel und Lautstärkepegel des Standardschalls (1-kHz-Ton) sind definitionsgemäß zahlenmäßig, Schalldruckpegel und Lautstärkepegel des Objektschalls unterscheiden sich jedoch im allgemeinen Fall.

A3.5.2 Berechnung des Lautstärkepegels

Die Ermittlung des Lautstärkepegels mittels Hörvergleich ist aufwändig und in der Praxis kaum anwendbar. Es sind deshalb Verfahren von Interesse, die anhand von Modellrechnungen bei der Ermittlung des Lautstärkepegels ohne subjektive Tests auskommen. Von den Methoden zur Berechnung des Lautstärkepegels L_N ist der Vorschlag von ZWICKER am bekanntesten geworden. In seiner ursprünglichen Form war diese Methode als Verfahren angelegt, bei dem mit Tabellen und grafischen Darstellungen gearbeitet wurde. Darauf aufbauend wurden Software-Varianten entwickelt, die auch in die Normung aufgenommen wurden.

Die Lautstärkebildung bei diesem Verfahren berücksichtigt:

- die Frequenzabhängigkeit der Hörwahrnehmung,
- die frequenzbezogene Aufwärtsverdeckung,
- die frequenzgruppenweise Zusammenfassung der Teillautstärkepegel.

Die Frequenzgruppe ist dadurch charakterisiert, dass der Lautstärkepegel eines Rauschsignals, dessen Bandbreite bei gleichbleibender Energie erhöht wird, solange konstant bleibt, bis die Grenzen der Frequenzgruppe überschritten werden.

Nach DIN 45631 ist der Lautstärkepegel eines Schallereignisses vom Prinzip her in folgenden Einzelschritten zu berechnen, die jedoch - abgesehen vom 1. Schritt - bei modernen softwaretechnischen Realisierungsvarianten selbsttätig im Hintergrund ablaufen:

1. Schritt: Einordnung des vorliegenden Schallfeldes in die Kategorien „frei“ oder „diffus“.
2. Schritt: Messung des Schalldruckpegelspektrums in Terzbreiten.
3. Schritt: Nachbildung der Frequenzgruppenpegel bei tiefen Frequenzen durch Zusammenfassung von Terzpegneln.
4. Schritt: Frequenzabhängige Bewertung der Frequenzgruppenpegel.
5. Schritt: Ermittlung der frequenzspezifischen Teillautstärkepegel durch Berücksichtigung der Aufwärtsverdeckung.
6. Schritt: Ermittlung des Gesamtlautstärkepegels L_N .

A3.6 Lautheit

Die Lautheit gibt an, wie vielmal lauter ein Schallereignis im Verhältnis zu einem Bezugseignis empfunden wird. Die Lautheit N ist eine Kenngröße, bei der die Zunahme des Zahlenwertes mit der Hörempfindung so verbunden ist, dass eine Verdoppelung der Stärke der Hörwahrnehmung zu einer Verdoppelung der Maßzahl führt. Die Lautheit wird in „sone“ angegeben.

Lautheit N und Lautstärkepegel L_N können ineinander umgerechnet werden:

$$N = 2^{0,1(L_N / \text{phon} - 40)} \text{ sone} \quad \text{für } L_N > 40 \text{ phon},$$

$$L_N = [40 + 33,22 \lg (N / \text{sone})] \text{ phon} \quad \text{für } N > 1 \text{ sone}.$$

Bezugspunkt der Umrechnung ist die Zuordnung:

$$L_N = 40 \text{ phon} \Leftrightarrow N = 1 \text{ sone}.$$

Achtung!

Lautheit und Lautstärkepegel können ineinander umgerechnet werden, Lautstärkepegel und Schalldruckpegel im allgemeinen Fall nicht.

A3.7 Hörfläche, Hörfeld

Die akustische Wahrnehmung von Tönen ist in einem Bereich möglich, der als Hörfläche bezeichnet wird. Die Hörfläche wird durch Hör- und Schmerzschwelle sowie untere und obere Frequenzgrenze gebildet und enthält die Gesamtheit aller Töne, die vom Gehör wahrgenommen werden können.

Die tiefste Frequenz, ab der ein Ton als akustisches Ereignis wahrgenommen wird, beträgt etwa 16 Hz. Die höchste Frequenz, bis zu der eine Schallwahrnehmung möglich ist, liegt im Bereich von etwa 18 – 20 kHz. Mit fortschreitendem Alter und nach Lärmbelastungen geht sie zurück.

Die Hörschwelle wird beschrieben durch den Schalldruckpegel eines Tones, der erforderlich ist, damit eine Hörempfindung gerade einsetzt. Die Schmerzschwelle stellt die obere Begrenzung der Hörfläche dar. Analog zur Hörschwelle wird sie gekennzeichnet durch den Schalldruckpegel eines Tones, ab dem ein Ton auf Grund seiner Stärke als schmerhaft laut empfunden wird.

Da es aus ethischen Gründen nicht möglich ist, die Schmerzschwelle gezielt zu bestimmen, wird bei audiometrischen Messungen eine extrem laute Hörwahrnehmung als obere Grenze angesehen. Man verwendet dann anstelle von Hörfläche den Begriff Hörfeld.

Ein junger Normalhörer kann etwa 170.000 Töne unterscheiden.

Für viele Schallereignisse des Alltags wird nicht der gesamte Wahrnehmungsbereich benötigt. Umgangssprache ist z.B. noch gut verständlich, wenn folgender Teilbereich berücksichtigt wird:

Frequenzbereich: 500 Hz bis etwa 3 kHz;

Schalldruckpegelbereich: 50 dB bis 70 dB.

Verbindet man im Hörfeld alle gleichlaut empfundenen Töne, so entstehen die Kurven gleichen Lautstärkepegels (Isophonen).

A3.8 Verdeckung

A3.8.1 Zeitliche Verdeckung

Bei aufeinander folgenden Schallereignissen kann in Abhängigkeit vom zeitlichen Abstand und vom Pegel-

unterschied das schwächere Schallereignis durch das stärkere verdeckt werden.

Nachverdeckung: Das stärkere Schallereignis verdeckt ein nachfolgendes schwächeres.

Vorverdeckung: Das verdeckte schwächere Schallereignis liegt vor dem stärkeren.

A3.8.2 Frequenzabhängige Verdeckung

Bei Tönen unterschiedlicher Frequenz kann in Abhängigkeit vom Frequenzabstand und vom Pegelunterschied das schwächere Schallereignis durch das stärkere verdeckt werden.

Aufwärtsverdeckung: Ein stärkeres Schallereignis verdeckt ein in der Frequenz höheres, aber schwächeres Schallereignis.

Abwärtsverdeckung: Ein stärkeres Schallereignis verdeckt ein in der Frequenz tieferes, aber schwächeres Schallereignis.

Verdeckungseffekte werden bei der Speicherung von Audiosignalen zur Datenreduktion genutzt.

A3.9 Binaurales (beidohriges) Hören

A3.9.1 Richtungshören

Die Bestimmung der Richtung bzw. der Richtungsänderung einer Schallquelle wird durch das beidohrige Hören möglich, indem die Differenzen, die zwischen

beiden Ohrsignalen auftreten, ausgewertet werden. Dabei werden folgende Signaldifferenzen wahrgenommen:

- Zeitliche Differenzen:

Bis etwa 1,6 kHz werden Phasenverschiebungen zwischen beiden Ohrsignalen wahrgenommen. Bei höheren Frequenzen erfolgt die Auswertung von Hüllkurvenverschiebungen.

- Pegeldifferenzen:

Bei etwa 1 - 2 dB Pegelunterschied zwischen beiden Ohrsignalen kann eine Richtungsänderung wahrgenommen werden.

- Klangfarbenänderung:

Bei höheren Frequenzen bewirkt die Abschattungswirkung des Kopfes Änderungen der Klangfarbe, die ausgewertet werden können.

A3.9.2 Cocktailpartyeffekt

Durch das binaurale Hören ist der Normalhörende in der Lage, sich bei einem aus verschiedenen Richtungen einfallenden Stimmengewirr auf die Stimme einer einzelnen Person zu konzentrieren und deren Sprache zu verstehen.

Für viele Hörgeschädigte ist es besonders hinderlich, dass sie trotz Hörgeräteversorgung über diese Fähigkeit nicht oder nicht in ausreichendem Maße verfügen, so dass ihre Kommunikationsfähigkeit in derartigen Situationen deutlich eingeschränkt ist.

Anhang A4 Schallerzeugung: Schallquellen der Praxis

Größe, Begriff	Abschnitt
Schallquellen	A4.1
Lärmquellen	A4.2
Direkte Geräuschentstehung	A4.3.1
Indirekte Geräuschentstehung	A4.3.2
Mechanische Schallentstehung	A4.3.3
Strömungsmechanische Schallentstehung	A4.4
Thermodynamische Schallentstehung	A4.5
Elektrische und magnetische Schallentstehung	A4.6

A4.1 Schallquellen der Praxis

Mit Schallquellen werden in der Natur vorkommende und vom Menschen geschaffene Einrichtungen bezeichnet, die in einem Energieumwandlungsprozess Schallenergie aus anderen Energiearten, wie z. B. aus kinetischer Energie von Festkörpern und Fluiden, chemischer oder elektrischer Energie, erzeugen und abstrahlen. Bei vorrangig physikalischer Betrachtungsweise dieses Vorganges verwendet man den Begriff der Schallquelle; bei Einwirkung auf den Menschen und Einbeziehen der menschlichen Wahrnehmung werden Schallquellen, die Störungen, Belästigungen oder Schädigungen hervorrufen, als Lärmquellen bezeichnet.

Einige Beispiele von (alltäglichen) Schallquellen der Praxis:

- PKW:
Motorgeräusche, Abgasgeräusche, Kühlventilatorgeräusche, mechanische Geräusche (Ventile, Kolben u.A.), Reifengeräusche, Rollgeräusche (Reifen / Straße), Windgeräusche;
- Elektromotor:
Kühlventilatorgeräusche, mechanische Geräusche (Unwucht, Lager, Bürsten, u.A.), magnetisches Geräusch;
- Drucklufthammer:
mechanisches Schlägeräusch, Druckluft-Ausströmgeräusch;
- Lautsprecher: schwingende Membran;
- Musikinstrumente:
Blasinstrumente; Streichinstrumente, Zupfinstrumente, Tasteninstrumente, Schlaginstrumente.

A4.2 Katalog von Lärmquellen

Im Folgenden werden einige Lärmquellen aufgeführt, die für die akustische Belastung des Menschen besonders relevant sind (mit unterschiedlichen, meist mehreren Schallerzeugungsmechanismen):

- Verkehrsmittel der Straße, der Schiene, der Luft und des Wassers;
insbesondere: Rollgeräusche, Kleinflugzeuge, Hubschrauber, Hochgeschwindigkeitszüge, Flugzeugtriebwerke beim Start, Strömungsrauschen (airframe noise) beim Landeanflug großer Verkehrsflugzeuge;
- Strömungsmaschinen aller Art, wie z. B. Ventilatoren, Gebläse, Verdichter, Kompressoren, Turbinen, Propeller, Rotoren (Hubschrauber, Windenergiekonverter),
insbesondere auch: Lüftungs- und Klimaanlagen, Heizungspumpen, Kühllüfter für elektronische Geräte (z. B. Workstation);
- Metall- und Holzbearbeitungsmaschinen, Textilmaschinen;
- Druck- und Papierverarbeitungsmaschinen, Verpackungsmaschinen, Abfüllautomaten;
- Öfen, Brenner;
- Baumaschinen, Geräte, Baustelleneinrichtungen;
- Transport- und Fördereinrichtungen, Hydraulik- und Pneumatikgeräte sowie Anlagen;
- Ventile, Rohrleitungen und Kanäle mit Einbauten;
- Motoren, Generatoren, Transformatoren;
- Haushaltgeräte, Elektrowerkzeuge, Gartengeräte.

A4.3 Grundtypen der Geräuschentstehung

Bei der Geräuschentstehung können strukturell zwei prinzipiell verschiedene Grundtypen unterschieden werden, und zwar die direkte und die indirekte Geräuschentstehung.

A4.3.1 Direkte Geräuschentstehung

Eine Übersicht zeigt Abbildung A4-1. Bei dem Prozess der direkten Geräuschentstehung wird der Schall direkt aus dem instationären physikalischen Vorgang im Fluid abgestrahlt:

- instationäre strömungsmechanische oder thermodynamische Vorgänge,

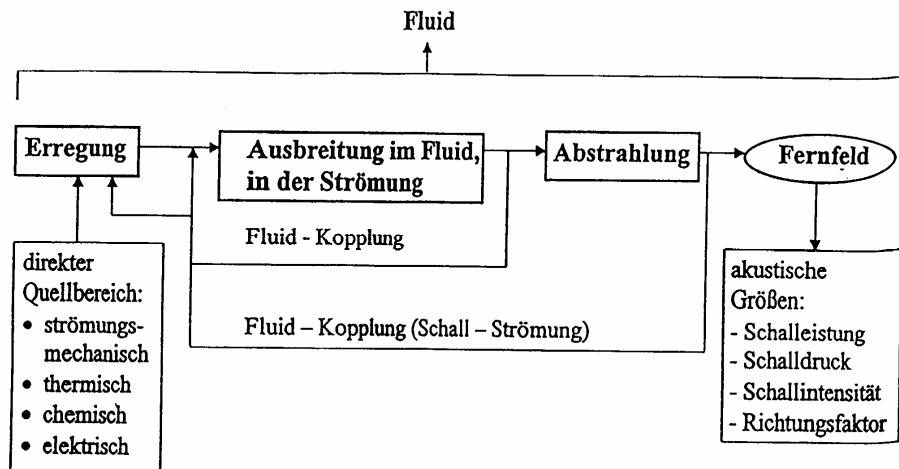


Abbildung A4-1: Mechanismen der direkten Geräuschentstehung

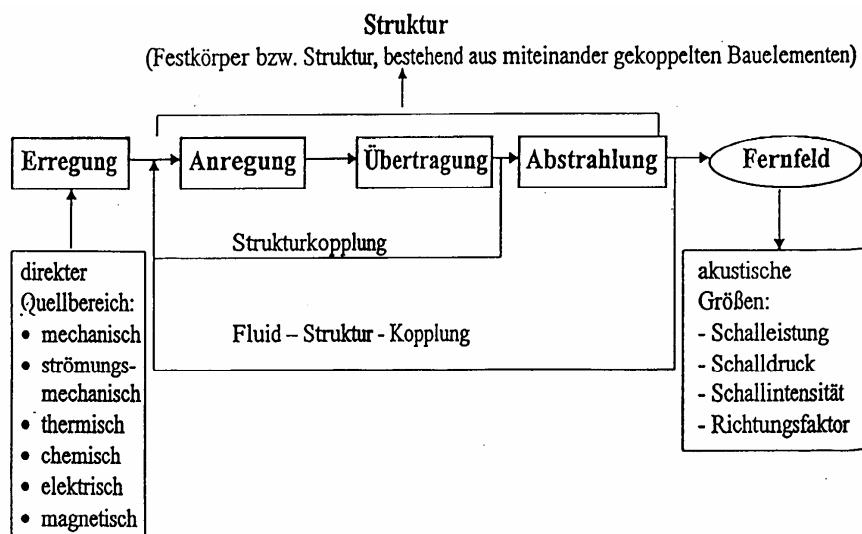


Abbildung A4-2: Mechanismen der indirekten Geräuschentstehung

- direkte Schallabstrahlung aus der instationären Fluidbewegung in das Umgebungsmedium,
 - z.B. Flugzeuge, Hubschrauber, Druckluftdüsen, Brenner, Sirenen, Raketen.

A4.3.2 Indirekte Geräuschenstehung

Eine Übersicht zeigt Abbildung A4-2. Bei dem Prozess der indirekten Geräuschentstehung befindet sich zwischen dem eigentlichen Erregungsvorgang und der Schallabstrahlung in die Umgebung noch eine (meist) Festkörperstruktur, deren Körperschallanregung, -übertragung und -abstrahlung den Geräuschentstehungsvorgang dominant beeinflusst:

- Anregung einer Struktur durch instationäre Kräfte (z. B. mechanische, magnetische, strömungsmechanische Wechselkräfte),

- Körperschallausbreitung (insbesondere Biegewellen) in der Struktur und in angekoppelten Bauteilen (z. B. Gehäuse),
 - Schallabstrahlung von der Struktur bzw. den angekoppelten Bauteilen,
 - z. B. Lautsprecher, Streichinstrument, Getriebe, Transformator, Ventilatorgehäuse.

Bezüglich der physikalischen Mechanismen der Geräuschtentstehung sind die in A4.3.3 folgenden Grundtypen von Bedeutung.

A4.3.3 Mechanische Schallentstehung

Mechanismus der (festkörper)mechanischen Schallentstehung:

- innerhalb der Maschine wirken dynamische Kräfte (instationäre Vorgänge, zeitlich veränderliche Kräfte)
 - in einem Punkt, an mehreren Orten, an linienförmigen Schnittstellen, in abgegrenzten Teilflächen,

- z. B. Kräfte an den Zahnflanken in Zahnradgetrieben, magnetische Kräfte in der Schwingspule des Lautsprechers,
- Aufprall von Steinen in einer metallischen Hosen-schurre,
- Gasdruckkräfte in Verbrennungsmotoren, hydraulische Druckstöße in Hydraulikanlagen;
- durch diese Kräfte wird die Festkörperstruktur, wird die Maschine zu mechanischen Schwingungen angeregt, vorrangig zu Biegewellen;
- Körperschall: mechanische Schwingungen in Festkörpern, im Hörfrequenzbereich;
- Luftschallabstrahlung von den außen liegenden Strukturelementen;
- maßgebend: Biegewellenanteil, da dieser die größten Schwinggeschwindigkeiten (Schnellen) senkrecht zur Oberfläche der Struktur aufweist.

Beispiele:

- Schlagtechnologien, z. B. Gesenkschmieden, Schlagmieten, Stanzen, Sand- oder Erdverdichtung;
- Zahnradgetriebe, Gleit- und Kugellager;
- Trenn- und Zerspanungstechnologien, z. B. Trennschleifen, Hobeln;
- Stoßstellen an Kontaktflächen, z. B. Klapperstellen, Spiel, Verschleiß;
- unrunde Räder bei Schienenfahrzeugen, Schienenriffel.

Anregungsmechanismen in der Praxis:

- Stoß-, Schlaganregung:
z. B. Schmieden, Stanzen, Hämmern, Nieten;
- periodische Anregung:
Maschinen mit rotierenden Bauteilen, mit oszillierenden Bewegungen, meist diskretes Spektrum, z. B. Pumpen, Motoren, Getriebe, Lager, Transformatoren (magnetostriktive Kräfte);
- stochastische Anregung:
- z. B. beim Abrollen oder Gleiten zweier Festkörperoberflächen aufeinander, durch Rauigkeit der Grenzflächen bedingte Wechselkräfte stochastischen Charakters,
- breitbandiges Schallenergiespektrum, z. B. Zahnflanken bei Zahnrädern, Kugeln, Rollen, Nadeln in Wälzlagern, Gleitlager, Räder von Schienenfahrzeugen, Zerspanungsmaschinen (Fräsen-, Bohr-, Schleifvorgang),
- stochastische Anregung auch durch instationäre Strömungen: z.B. bei Umströmung von Pkw-Karossen, Flugzeugrümpfen und Schiffskörpern, dadurch Körperschallanregung der Struktur und Schallabstrahlung "nach innen";
- Sonderformen der Anregung:
Selbsterregungsvorgänge, Rückkopplungsvorgänge, z. B. Quietschen von Bremsen, Kreischen von Rädern in Kurven, Rattererscheinungen (Rattermarken) bei Metallbearbeitungsvorgängen (Hobeln, Drehen), Schienenriffel.

A4.4 Strömungsmechanische Schallentstehung

Mechanismus der strömungsmechanischen Schallentstehung:

- begrenztes Fluidgebiet,
- zeitliche Schwankungen der Feldgrößen (Druck, Geschwindigkeit u.A.),
- direkte Schallabstrahlung dieses Fluidgebietes in das benachbarte, ungestörte Umgebungsmedium,
- akustisch wahrnehmbares Strömungsgeräusch.

Beispiele:

Die strömungsmechanischen Geräuschenstehungsmechanismen können mit Hilfe der akustischen Multipole modelliert werden (siehe 3.2).

Strömungsgeräuschquellen mit dominierender Monopol-Schallabstrahlung:

- Kreiskolbengebläse (Rootsgebläse), Zellenverdichter,
- Axial- und Radialkolbenpumpen,
- Kolbenverdichter,
- Druckluftmotoren, Druckluftgeräte,
- Sirenen (Alarmsirenen, Breitbandsirenen),
- Kavtierende Strömungen (Wasserleitungen, Wasserarmaturen, Schiffspropeller, Wasserkraftmaschinen).

Strömungsgeräuschquellen mit dominierender Dipol-Schallabstrahlung:

- Strömungsmaschinen mit rotierenden und feststehenden Schaufelgittern, z. B. Ventilatoren, Lüfter, Gebläse, Verdichter, Turbinen, Abgas-turbolader, Strömungsgetriebe- und Strömungskupplungen,
- Staubsauger,
- Luftkühler, Trocknungsgebläse, Ventilatorkühltürme,
- Frischluftgebläse, Saugzuggebläse,
- Gas- und Dampfturbinen,
- Kesselspeise- und Kühlwasserpumpen,
- Wandringlüfter, Dachlüfter,
- Zentrifugen, Separatoren,
- Klimaanlagen, Klimablöcke,
- Luftkissen-Rasenmäher,
- Propeller, Hubschrauberrotoren, Luftkissenfahrzeuge, Senkrechtstart- und -landeflugzeuge, Kurzstart- und -landeflugzeuge, Strahltriebwerke (Axialverdichter), Fan, Windenergieanlagen,
- hochtourige Rotoren in der Textilindustrie, in der Holz- und Metallbearbeitungsindustrie, bei Hackmaschinen, Häckslern, Kabliermaschinen u.A.m.,
- durchströmte Kanäle, Rohrleitungen, Schalldämpfer, Lüftungsgitter,
- durchströmte Kanalbauteile, z. B. Krümmer, Verzweigungen, Wärmetauscher, Blenden, Klappen, Querschnittssprünge,
- umströmte Körper, z. B. Streben, Klappen, Tragflächen, Fahrwerk, Leitschaufeln, Drallreglerschaufeln, Rippen, Rohre,
- überströmte Oberflächen, z. B. Flugzeugrumpf, Schiffsrumpf, Hochgeschwindigkeitszüge,

Transrapid, Schaufelprofile, angeblasene Oberflächen (bei Kühl- und Trocknungseinrichtungen).

Strömungsgeräusche mit dominierender Quadrupol-Schallabstrahlung:

- Druckluftgeräte und -anlagen, z. B. pneumatischer Transport,
- Druckluftmeißel, Drucklufthämmer, Druckluftdüsen,
- Armaturen, Regler, Ventile,
- Ejektoren, Injektoren,
- Strahltriebwerke (Schubstrahl), Raketen,
- undichte Rohrleitungen und Flansche (Hochdruckdampf),
- Abblasvorgänge verschiedenster Art, z. B. Dampfsicherheitsventile, Anfahr- und Havarieleitungen, Abblasleitungen bei Luftzerlegungsanlagen,
- Dampfstrahlalagen, Dampfblanzen,
- Fassreinigungsanlagen, Kühlalagen, z. B. Stempelkühlung,
- Luftpuffen (für Sicherheitsglashärtung),
- Druckluftschalter.

- indirekte Schallabstrahlung (s. o. indirekte Geräuschenstehung).

Beispiele:

- Blitz, Spannungsüberschläge, Entladungen,
- Umspann- und Schaltanlagen,
- Elektromotoren, Generatoren,
- Transformatoren.

A4.5 Thermodynamische Schallentstehung

Mechanismus der thermodynamischen Schallentstehung:

- exotherme Vorgänge bei Verbrennungen,
- Expansion kleiner Fluidvolumina,
- direkte Schallabstrahlung in das Umgebungsmedium.

Beispiele:

- Brennergeräusche, Öl- und Gasbrenner,
- Schwingungen in Brennkammern, Flammrohren, Abgassystemen,
- Nachbrenner bei Strahltriebwerken,
- Gasschweißen,
- Kesselanlagen,
- Explosionen, Detonationen: Sprengungen, Handfeuerwaffen, Knallkörper, Fehlzündungen bei Kraftfahrzeugen, ARGUS-SCHMIDT-Pulsorohr,
- Verbrennungsmotoren unterschiedlichster Bauart und Wirkprinzipien,
- Raketen,
- Fackeln.

A4.6 Elektrische und magnetische Schallentstehung

Mechanismus der elektrischen Schallentstehung:

- elektrische Entladungen mit extremen, lokalen Druck-, Dichte- und Temperaturänderungen im Fluid,
- plötzliche Expansion kleiner Fluidvolumina,
- direkte Schallabstrahlung in das Umgebungsmedium.

Mechanismus der magnetischen Schallentstehung:

- Entstehung von magnetostriktiven Kräften im Magnetfeld durch Wechselinduktion,
- Anregung von Festkörperstrukturen, besondere Art der Körperschallanregung,

Sachverzeichnis

- A** - Bewertung A11
 Abschirmmaß 56, 57, 64, 66
 Abschirmung 43
 Absorber
 - element 47
 - schicht 49
 -, mitschwingender 48
 -, poröser 19, 40, 49
 Resonanz - 50, 51
 Absorption 38, 40, 45, 47, 48, 50, 51, 64
 Luft - 44, 47, 63, A5, A8, A9
 -, poröse 48
 -, Gestühl 51
 -, Publikum 51
 Wand - 48
 Absorptionsfläche 51
 -, äquivalente 45, 47, 51
 Absorptionsgrad 38, 39, 40, 44, 45, 46, 47, 52, 57
 Absorptionskoeffizient 52
 Absorptionsverlust 46
 Abstandsmaß 56, 57
 Abstrahlcharakteristik 28, 34
 Abstrahlgrad 28, 29, 30, 35, 36
 Abstrahlmaß 28, 30
 Abstrahlwinkel 30, 34
 Abstrahlung 10, 11, 17, 34, 35, 36, 54, 58
 -, Strahlergruppe 34
 -, Strahlerzeile 34
 -, Linienstrahler 34
 -, konphase 34
 -, ebener Flächen 35
 Abstrahlungsbedingungen 35, 37
 Adiabatenexponent 17, 18, A1
 Admittanz 49
 Strahlungs - 17
 Aeroakustische Effekte A1
 Akustik, nichtlineare A1
 Anisotrope Stoffe 11
 Atmosphärendruck A2
 Aufteilung A1, A2, A3
 Aufwärtsverdeckung A13
 Ausbreitung
 -, Flüssigkeitsschall 10
 -, Hörschall 11
 -, Infraschall 11
 -, Körperschall 11
 -, Luftschall 10
 -, Schallenergie 44
 -, Schallstrahlen 46
 -, Schallwellen 22, 40
 -, Zylinderwellen 20
 Wellen - 18, 25, 37, 52
 Ausbreitungsdämpfung 49, 51, 52, 54, 55
 Ausbreitungsgeschwindigkeit 11, 12, 18, 25, 42
 Ausbreitungskoeffizient 13, 14, 51, 52
 Ausbreitungskonstante A5, A8
 Azimutwinkel 20
- B**ebauungsdämpfungsmaß 56, 57, 64
 Berger'sches Gesetz 41
 Beschleunigung
 -, konvektive 22, A2
 Besselfunktion 36, A3
 Beugung 10, 38, 62, 64, 66
 Fraunhofer - 43
 Fresnel - 43
 Beugungseffekte 42, 43, 64
 Beugungstheorie
 -, Kirchhoffsche 65
 Beugungswelle 44
 Beugungswinkel 63, 64, 65, 66
 Bewegungsgleichung 13, 14, 22, 24, 49
 Bewuchsdämpfungsmaß 56, 57, 64
 Biegesteifigkeit 41
 Biegewelle 11, 12, 18, 41
 Binaurales Hören A13
 Blasenkavitation A2
 Blindleistung 21, 31, 32, 37
 Boden
 - dämpfungsmaß 56, 57, 63
 - profil 63
 - reflexion 21, 66
 Brechung 10, 38, 42, 43, 62
 Brechungsgesetz, Snellius'sches 42
 Brechungswinkel 42
 Breitbandrauschen 60
 Bündelungsmaß 28, 29, 48
- C**ut - off - Frequenz 51, 53
- D**ämpfung 11, 20, 40, 44, 50, 52, 53, 54, 60, 64
 Ausbreitungs - 49, 51, 52, 54, 55
 Boden - 63
 Meteorologie - 63
 Schall - 44, 54, 56, 66
 Dämpfungseffekte 41, 56, 59, A9
 Dämpfungskoeffizient 13, 15, 44, 59, 60, 63, 64, A5, A8, A9
 Dämpfungskonstante 15, 46, 54, A5, A8
 Deformationszustand 11
 Deformationsgeschwindigkeit 19
 Deklinationswinkel 20
 Dichte 11, 14, 17, 23, 25, 32, 41, 63, 64
 - änderung 22, 23
 - schwankung 13, 14, 17, 22, 23, 24
 - welle 14, 18
 Differenzialoperator 22
 Diffraktion 38
 Dipol 26, 28, 29, 30, 32, 33, 34
 - moment 32
 - strahler 33
 Direktschall 45, 48, 63, 64, 65
 Direktschallfeld 21
 Diskontinuität 11, A4
 Dispersion 12, 25, 51
 Dispersionsrelation 12
 Dissipation 38, 40, 41, 44, A4
 Energie - 48

- Dissipationsgrad 39
 Dissipationskonstante 47
 Durchgangsdämpfungsmaß 51, 54
- E**igenfrequenz 45, 46
 Eigenmode 21
 Eigenschwingung 11, 46
 Einfügungsdämpfungsmaß 51, 54, 64, 66
 Eingangsimpedanz 16, 49, 50
 Elastizität
 Form - 11
 Volumen - 10
 Elastizitätsmodul 41
 Elementarstrahler 30
 Energie 10, 15, 38, 39, 43, 54, A4, A12
 - äquivalenzprinzip A11
 - austausch A8
 - bilanz 38
 - dämpfungskoeffizient 60
 - dichte 15, 16, 24, 25, 45, 47, 48, A1
 - dichte, kinetische 15, 16
 - dissipation 48
 - erhaltungssatz 16
 - fluss 16
 - flussdichte 15, 16
 - kinetische
 - potenzielle 15, 16, 25
 - stromdichte 25
 - transport 12, 21, 25
 - verlust 20, 46
 Energetischer Mittelwert 59
 Energetischer Verlust 48
 Euler - Gleichung 22, A2
 Eyringsche Nachhallzeit 47
- F**asermaterial 40
 Faserstoffplatten 49
 Federwirkung 50, 51
 Feld
 - begriff 19
 - gleichung 22
 - impedanz 13, 14, 17, 21, 29
 - diffuses 21
 Direktschall - 21
 Fern - 16, 17, 19, 21, 25-27, 29, 30-32, 34, 57
 Frei - 45
 Hall - 19
 Körperschall - 11
 Kugelwellen - 19, 20
 Luftschall - 10
 Nah - 17, 19, 20, 21, 25, 26, 27, 30, 31, 37, 42
 Wind - 10, 11
 Zylinderwellen - 19, 20
- Fluid
 - dichte 22
 - bewegung, reibungsfreie 24
 - partikel A1
 - schall 10, 11, 13
 - schwankungsgeschwindigkeit A2
 - strömung 19
 - dämpfungsfreies A3
- , Newtonsches A5
 -, nichtlineares A4
 -, thermoviskoses A4
 Flüssigkeitsschall 10
 Fluktuation, stochastische 62
 Formelastizität 11
 Freifeld 45
 - bedingungen 64, 66
 Freiheitsgrad A8
 Frequenz 11, 13
 - bandbreite 15, 30
 - bewertung A10, A11
 - gemisch 12, 21
 - gruppenpegel A12
 Grenz - 37, 45, 46, 53
 Koinzidenzgrenz - 41
 Kreis - 11, 12
 Resonanz - 45, 46, 50
 Trichtergrenz - 37
 Fresnelsches Integral 66
 Fresnel - Zahl 64, 66
 Funktion
 - harmonische 24
- G**asblasenkavitation A2
 Gasgleichung A7
 Gaskonstante 17, 18
 - molare 17
 Gehöreigenschaften A11
 Geräuschabstrahlung A2
 Geräuschentstehung A14, A15, A17
 Geschwindigkeit
 Partikel - 10
 Phasen - 11, 12, 18, 53
 Schall - 10, 11, 12, 14, 17, 18, 23, 38, 42, 50,
 60, 61, 62, 63, A1, A2
 Schwing - 16, 30, 31, 32, 35, A16
 Strömungs - 33
 Teilchen - 19
 Wechsel - 14
 Geschwindigkeitspotenzial 14
 Gleichdruck
 - atmosphärischer 13
 - statischer 10
 Gradient
 Quergeschwindigkeits - A5
 Schallgeschwindigkeits - 62
 Teilchengeschwindigkeits - 19
 Temperatur - 42, 56, 61
 Wassergeschwindigkeits - 42
 Windgeschwindigkeits - 56, 61, 62, 63
- Grenz
 - fläche 21, 38, 42, 48, 56, A16
 - schicht 40, A2
 - übergang 32, 42, 61
 - wert 32, 37, 50
 - winkel 42, 57, 58
- Gruppengeschwindigkeit 11, 12

Halbwertsbreite 46

Hall

- abstand 45, 48
- feld 19, 21
- raumverfahren 51

Hankelfunktion 20, 26

Helmholtz -

- Gleichung 25, 26, 45, 46
- Resonator 51, A2
- Zahl 31, 43

Hochfrequenzbereich 11

Hörakustik A10

Hören A10

- , binaurales A13
- Richtungs - A13

Hörfeld A12

Hörfläche A12

Hörfrequenzbereich 10, 11, A16

Hörschwelle 13, A10, A12

Hörwahrnehmung A10, A11, A12

Horizont, akustischer 61

Hüllfläche 33, 59

Hüllkurve 12

Immissionspegel 59, 60, 64, 65

Impedanz 17, 21, 26, 29, 49, 52, 56, 57, A5, A6

-,

akustische 14

- Bezugs - 57, 58, 59, 63
- Eingangs - 16, 49, 50
- Feld - 13, 14, 17, 21, 29
- Fluß - 13, 14, 17, 29
- Kenn - 13, 14, 52
- , längenbezogene A5, A6
- , mechanische 17, 29
- Schallfeld - 31
- Schallkenn - 15, 19, 24, 25, 30, 31, 39, 40, 41
- transformation 36
- Wand - 39, 40, 41, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52

Impuls 1, A11

Intensität 21, 26, 27, 44, 48, 62

Interferenz 19, 21, 63

Isentropenexponent A1

Isentroper Fall 19

Isophone A11, A12

Kanal

- geometrie 54
- querschnitt A5, A6, A7

Kapselwand 43

Kavitation A2

Kegeltrichter 54

Klangfarbe A13

Koinzidenz 41, 42

- grenzfrequenz 41

Kolben

- membran 16, 35
- strahler, rechteckförmiger 35

Kompression 14

Kompressionsmodul 11, 17, 18

Kompressionswelle 10, 11, 14, 18

Kondensation A2

Kontinuitätsgleichung 13, 22, 49, A2, A8

Kräfte

- , magnetostriktive A16

Kugel

- charakteristik 35
- schalen 20
- strahler 16, 17, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36
- symmetrie 20
- welle 19, 20, 21, 24, 25, 26, 30, 31, 32
- welle, punktsymmetrische 30
- wellenfeld 19, 20

Kulisse 54, 55

Lärmschutzwand 43

Lambwellen 11

Laplace - Operator 22, 23

Laufweg 34

Lauthheit A10, A12

Lauthheitseindruck A11

Lautstärke A11

- bildung A10, A11, A12
- pegel A10, A11, A12

Leistungsbilanz 38, 39

Leistungstransport 12, 30

Leitung

- , akustische 50

Leitungstheorie 49

Lochplatten 51

Longitudinalwelle 10, 11, 18

Longitudinalwellengeschwindigkeit 41

Luft

- absorption 44, 47, 63, A5, A8, A9
- absorptionsmaß 59, 60
- dämpfungsmaß 56, 57
- druck 10, 60
- partikel 10
- polster 50
- schallenergie 40
- schallfeld 10
- schallwelle 10, 42

MACH - Zahl 34, A1, A3

Masse

- , äquivalente 32

- , flächenbezogene 41, 50

- Medium - 17, 32, 36

- , molare 18

- , spezifische 32

- , volumenbezogene 17

Massecharakter 41

Massenkontinuitätsgleichung 22

Massepertikel 11

Massen

- dichte 17

- erhaltungssatz 22

- gesetz 41

- trägheit 50

- Material
 - eigenschaften 22
 - größten 7, 14, 17
 - kennwert 11, 18
- Medium
 - inhomogenes 45
 - isotropes 25, 45
- Mehrfachbeugung 65
- Membran 35, 36, 37, 51
 - schnelle 37
 - Kreis - 34
 - Rechteck - 34, 35
 - schwingende 35, 53, A2, A14
- Messkanal 54
- Meteorologiedämpfungsmaß 56, 57, 63
- Modale Effekte 45
- Modellstrahler 56, 57
- Moden 46, 51, 53
 - form 11
 - Longitudinal - 11
 - Quer - 52, 53
- Molekulare
 - Luftabsorption A5, A8, A9
 - Zähigkeitswirkung A5
- Momentanwert 13, 14
- Monopolquelle 30
- Multipole 30, 33, A16
- Mündungsströmung A2
- N**achgiebigkeit
 - akustische 18, A5, A7
 - flächenbezogene 50
- Nachhallzeit 45, 46, 47
- Nachverdeckung A13
- Nahfeld 17, 19, 20, 21, 25, 26, 27, 30, 31, 37, 42
- Navier - Stokes - Gleichung A5
- Newton'sches
 - Axiom 22
 - Bewegungsgesetz 41
 - Fließverhalten 22
 - Fluid A5
 - Reibungsgesetz 19
- Nichtlinearität A1, A2
- Nichtlinearitätsfaktor A1, A3
- Nichtlinearitätsparameter A1
- Nullphasenwinkel 12
- O**berflächenströmung A2
- Oberwelle A4
- Öffnungsquerschnitt
 - akustischer 43
- Oktave 48, 60
- Laplace Operator 22, 23
- Ortskurve 49
- P**eriodizität, räumliche 21
- Phasen
 - differenz 21, 26
 - flächen 24, 25, 26, 52
 - geschwindigkeit 11, 12, 18, 53
 - koeffizient 13, 15
- konstante 15, A5, A8
- sprung 54
- verschiebung 15, 20, 21, 25, 30, 31, 34, A13
- winkel 15
- Phon A10, A11, A12
- Plattenschwinger 19, A2
- Poisson'sche Querkontraktionszahl 41
- Polardiagramm 30
- Potenzialfunktion 24
- Porosität 40, 49
- Punktquelle 25, 43, 56, 59
- Punktschallquelle 46, 56, 57, 58, 59, 64, 66
- Punktstrahler 32, 34
- Q**uaderraum 46
- Quadrupol 30, 33
 - moment 33
 - , axialer 33
 - , lateraler 29, 33
 - , longitudinaler 29, 33
- Quellbereich 21
- Quelleigenschaft 56
- Quellgebiet, rechteckförmiges 35
- Quelllänge 35
- Quelleistung 37
- Quelllinie 43
- Quellstärke 16, 25, 31, 32, 33, 34
- Quellverteilung 25, 26
- Quellenfreier Bereich 16
- Quergeschwindigkeitsgradient A5
- Querkontraktion 11
- Querkontraktionszahl 41
- Quermode 52, 53
- Querresonanz 20
- Querwelle 20
- R**aum
 - akustik 7, 47, 51
 - resonanz 46
 - übertragungsfunktion 46, 48
 - winkelmaß 56, 57, 58
 - Zeit -Verhalten 23
 - Halb - 29, 35, 36, 57, 58, 59
 - Viertel - 29
 - Zylinder - 46
- Rayleighwellen 11
- Reaktanz
 - Schallstrahlungs - 16, 17
 - Strahlungs - 17, 32, 36
- Rechteckkanal 51, 52, 53
- Rechteckmembran 34, 35
- Reflexion 10, 11, 19, 21, 36, 38, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 52, 64
- Reflexionsfaktor 37, 38, 39, 40, 45, 46, 48, 51, 52, 54
- Reflexionsgesetz 48
- Reflexionsgrad 38, 39, 41, 54
- Refraktion 11, 38, 42
- Reibungsgesetz 19
- Reibungswiderstand 50
- Relaxationszeit A9

- Resonanzabsorber 50, 51
 Resonanzfrequenz 46
 Richtabweichungsmaß 28, 29, 30
 Richtcharakteristik 28, 30, 56
 Richtwirkungsmaß 28, 29, 56, 57, 59
 Richtungsfaktor 28, 29, 33, 34
 Richtungsgrad 28, 29, 30, 35, 36
 Richtungshören A13
 Richtungsmaß 28, 30
 Riemann'sche Gleichung A3
- Sabine'sche Nachhallformel** 47
Schall
 - absorption 40, 44, 47, 48, 51, 54
 - ausschlag 13, 14
 - beugung 43
 - dämmmaß 38, 40, 41, 42, 64, 66
 - dämpfung 44, 54, 56, 66, A16
 - druck 10, 13
 - durchgang 44, 56, 64, 66
 - energiedichte 15, 25, 47, 60
 - feld, diffuses 19, 21, 47, 48
 - feld, radialsymmetrisches 26
 - feld, wirbelfreies 23
 - fluss 13, 14, 16, 26, 27, 31, 32, 54
 - fluss, längenbezogener 27
 - hart 21, 39, 45, 46, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 57,
 - impedanz 14, 25, 26, 27, 63
 - intensität 15, 24, 25, 26, 27, 31, 33, 47, 49,
 52, 57, 58, 62, A2
 - kennimpedanz 14, 15, 19, 24, 25, 30, 31, 39,
 40, 41
 - leistung, längenbezogene 57
 - quellenformkorrekturmaß 56, 57, 58, 59
 - reflexion 54, 55
 - schattenzone 61
 - schirm 63, 64, 65, 66
 - schnellepotenzial 13, 14, 22, 23, 24, 25
 - sender 45, A9
 - strahler 16, 17, 28, 29, 30, 32, 34, 36, 60
 - strahlungsdruck, Langevin'scher A1, A2
 - strahlungsdruck, Rayleigh'scher A1
 - strahlungsimpedanz 16, 17, 28, 29, 30
 - strahlungsreaktanz 16, 17
 - strahlungsresistanz 16, 17, 29
 - transmission 41
 - wechseldruck A2
 - weich 21, 40, 49
 - welle, nichtlineare A3, A4
 - wellenlänge 37
Schattenzone 43, 44, 61, 62, 64
Scherwelle 11
Schirm
 - wert 64, 65
 - wirkung 64, 66
 Schall - 63, 64, 65, 66
Schlichting'sche Wirbelströmung A2
Schlitzplatten 51
Schmerzschwelle 13, A10, A12
Schnelle
 - potenzial 14, 24, 25
Bezugs - 14
Membran - 37
Normal - 29
Schub
 - dehnung 11
 - spannung 11, 19, A5
Schwebung 12
Schwinggeschwindigkeit 16, 31, 32, A16
Schwingweg 14
Schwingung
 - Biege - 11
 - Eigen - 11, 46
Schwingungsdauer 12
Schwingungsform 11
Schwingungskavitation A2
Sone A10, A12
Spuranpassung 41
Stoßwelle A1
Strahler
 - fläche 35, 36
 - gruppen 34
 - zeile 34
Dipol - 33
Elementar - 30
Flächen - 34, 35, 59
Kolben - 35
Kugel - 16, 17, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36
Linien - 34, 35
Punkt - 32, 34
Strahlungsdadmittanz 17
Strahlungsimpedanz 17, 29, 31, 32, 36
Strahlungsreaktanz 17, 32, 36
Strahlungsresistanz 17, 31, 32, 35, 36, 37
Streukörper 45
Streuquerschnitt 44
Streuung 10, 38, 44, 64
Strömung 22, 24, A1, A2, A16
 - akustische A1, A2
Fluid - 19
Mündungs - A2
Oberflächen - A2
 - Rayleigh'sche A2
Wirbel - A1, A2
Zweiphasen - A2
Strömungsaustik 33
Strömungsgeschwindigkeit 33
Strömungsresistanz 34, A5, A6
 - längenbezogene A5, A6
Strömungswiderstand 45, 49, 50
- Teilchengeschwindigkeit** 19
Temperatur
 - einfluss 62
 - feld 10
 - fluktuation, räumliche 62
 - gradient 42, 56, 61
 - inversion 61
 - schwankung 48, A6
Thermodynamisches Grundgesetz 10
Tiefenschlucker 50
Torsionswelle 11

- Trägerwelle 12
- Transmission 38, 40, 41
- Transmissionsgrad 38, 39, 40, 41
- Transversalwelle 11
- Trichter 36, 37
 - gleichung 36
 - grenzfrequenz 37
 - lautsprecher 36
 - Exponential - 36, 37
 - Kegel - 54
- Turbulenz 63
- Übertragungsfunktion** 46
- Ultraschall 10, 11, A12
 - technik 38
 - wellen 11
- Umsetzungsgrad, akustischer 34
- Unterdruckphase A2
- Unterwasserschall 10
- Vektoranalysis** 22
- Verdeckung A12,
 - , frequenzabhängige A13
- Verdichtung
 - , adiabate A7
 - , frequenzabhängige A7
- Verlust
 - faktor 42
 - dissipativer A4
 - Energie - 20, 46, 48
 - , innermolekularer 60
 - Reibungs - A5
 - Wärme - A4
- Verzerrung, nichtlineare A4
- Viskosität 19, 44, A5
 - , dynamische 17, A5
 - , kinematische 17, 19
- Volumen
 - bezogene Masse 17
 - dilatation 18
 - elastizität 10
- Wand**
 - absorption 48
 - auskleidung 54
 - impedanz 39, 40, 41, 45, 46, 48, 49, 50, 51, Lärmschutz - 43
- Wärme
 - energie 38, 44
 - energiebilanzgleichung A6
 - kapazität 17, 18, 48
 - koeffizient 19
 - leitvermögen 19
 - leitgesetz, Fourier'sches 19
 - leitung 19, 44, 48
 - leitungsgleichung A7
 - stromdichte 19
- Weber - Fechner'sches Gesetz A10
- Welle**
 - , divergierende 26, 30
 - , ebene 14, 30, 31, 37, 49, 51, 52, 53, 54, A8
 - , fortschreitende 12, 15, 52, 60
 - , quasilongitudinale 11
 - , stehende 19, 20, 21, 39, 40, 45, 51, 52, 53
 - , transmittierte 54
- Wellen**
 - aufteilung A1, A2, A3
 - ausbreitung 18, 25, 37, 52
 - ausbreitungsgeschwindigkeit A3
 - feld 19, 20, 46
 - feld, stehendes 46
 - fläche 20
 - form 11, 22, 24, A4
 - front 12, 19, 20, 21, 43
 - gleichung 10, 11, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 33, 36, 52, 53, A8
 - länge 11, 12, 20, 21, 38, 41, 43, 44, 45, 50, 52, 65, 66
 - paket 12
 - profil A4
 - widerstand 13, 14, 19, 20, 21, 48, 49
 - zahl 11, 12, 24, 25, 49, 52, 57
 - , elastodynamische 10
- Windfeld 10, 11
- Windgeschwindigkeit 42, 56, 61, 62
- Windrichtung 61, 62
- Windschirm 62
- Wirbelströmung A1, A2
- Wirkenergie 17
- Wirkleistung 37
- Zähigkeit** 44, A2, A5
 - , dynamische 40
 - , kinematische 40
- Zähigkeitsgrenzschicht 40, 48
- Zähigkeitsreibung A5, A8
- Zeitbewertung A10, A11
- Zustandsänderung
 - , adiabate 23
 - , isentrope 22, 23, 24
- Zustandsgleichung 13, 22, 23, 24, A1, A2, A8
- Zustandskurve, adiabate A1
- Zweiphasenströmung A2
- Zylinder** 20
 - funktion 36
 - koordinaten 20, 58, A6, A7
 - quelle 27
 - welle 19, 20, 24, 26, 27, 58
 - , schwingender 21, A2